



Idoneidad didáctica del proceso instruccional sobre cuadriláteros en un libro e implementado por docentes de primaria

Didactic Suitability of the Instructional Process on Quadrilaterals in a Book and as Implemented by Elementary School Teachers

Adequação didática do processo de instrução sobre quadriláteros em um livro e implementado por professores do ensino fundamental

María José Castillo Céspedes^{1*}, José David Vargas Gamboa¹

Received: Aug/19/2024 • Accepted: Mar/18/2025 • Published: Nov/30/2025

Resumen

[Objetivo] El objetivo del estudio fue analizar y comparar el nivel de idoneidad didáctica de procesos instruccionales sobre cuadriláteros, empezando por el análisis de un libro de educación primaria que aborda el tema, seguido del análisis de dos lecciones realmente implementadas por docentes que utilizaron dicho libro como un recurso, examinando sus acciones que resultaron en una mejora o no del proceso pautado en el libro. **[Metodología]** Después de concretar el nivel de idoneidad didáctica del libro, se realizó un estudio de casos con dos docentes de primaria (una novel y una experta) que usaron el mismo libro en cuarto año de primaria para impartir las lecciones de cuadriláteros. Para el análisis se adaptaron los indicadores de idoneidad didáctica de una guía de análisis general de procesos instruccionales al tema de cuadriláteros, al nivel educativo (primaria) y al currículo costarricense. **[Resultados]** El nivel de idoneidad del proceso instruccional pautado en el libro resultó ser medio (en una escala alto, medio o bajo), y presentó debilidades y errores matemáticos. Los procesos instruccionales implementados por ambas docentes obtuvieron un nivel de idoneidad menor que el pautado en el libro, si bien no existen diferencias significativas, fueron pocas las acciones realizadas por las docentes que resultaron en una mejora del proceso instruccional del libro. **[Conclusiones]** Los niveles de idoneidad de los procesos implementados por las docentes fueron inferiores al nivel del proceso pautado en el libro, presentando errores y debilidades propias del recurso y ampliándolas, resulta necesario proporcionar oportunidades para que las docentes mejoren su capacidad para usar el libro y sus conocimientos didáctico-matemáticos de modo crítico. Los indicadores adaptados pueden usarse para apoyar a los docentes en dichas tareas.

Palabras clave: cuadriláteros; docentes en ejercicio; idoneidad didáctica; libros de texto; uso crítico.

* Corresponding author

María José Castillo Céspedes, ✉ jose.castillocespedes@ucr.ac.cr,  <https://orcid.org/0000-0002-8046-8927>

José David Vargas Gamboa, ✉ jose.vargas_g@ucr.ac.cr,  <https://orcid.org/0009-0001-2343-9644>

¹ Departamento de Educación Matemática, Escuela de Matemática, CIMM- Centro de Investigación en Matemática y Meta-Matemática- Universidad de Costa Rica, San Pedro, Costa Rica.



Abstract

[Objective] The objective of the study was to analyze and compare the level of didactic suitability of instructional processes related to the study of quadrilaterals, starting with the analysis of a primary education book that addresses the topic, followed by the analysis of two lessons actually implemented by teachers who used the book as a resource, examining their actions to evaluate whether or not they improved the process outlined in the book. **[Methodology]** After the level of didactic suitability of the book was determined, a case study was carried out with two primary school teachers (one novice and one expert) who used the same book in the fourth year of elementary school to teach the lessons on quadrilaterals. For the analysis, the didactic suitability indicators of a general analysis guide of instructional processes were adapted to the topic of quadrilaterals, to the educational level (elementary) and to the Costa Rican curriculum. **[Results]** The level of suitability of the instructional process outlined in the book was medium (on a high, medium or low scale), containing some weaknesses and mathematical errors. The instructional processes implemented by both teachers were less appropriate than the ones described in the book, although there were no significant differences. There were few actions implemented by the teachers that resulted in an improvement of the instructional process used in the book. **[Conclusions]** The levels of adequacy of the processes implemented by the teachers were below the level of the process outlined in the book, presenting errors and weaknesses specific to the book and amplifying them. It is necessary to provide opportunities for teachers to improve their ability to use the book critically as well as their didactic-mathematical knowledge. The indicators adapted can be used to support teachers in these tasks.

Keywords: Critical use; didactic suitability; practicing teachers; quadrilaterals; textbooks.

Resumo

[Objetivo] O objetivo do estudo foi analisar e comparar o nível de adequação didática dos processos de instrução sobre quadriláteros, começando com a análise de um livro do ensino fundamental que trata do assunto, seguida pela análise de duas aulas realmente implementadas por professores que usaram o livro como recurso, examinando suas ações que resultaram em uma melhoria ou não do processo descrito no livro. **[Metodologia]** Depois de determinar o nível de adequação didática do livro, foi realizado um estudo de caso com dois professores do ensino fundamental (um novato e um experiente) que usaram o mesmo livro no quarto ano do ensino fundamental para dar aulas sobre quadriláteros. Para a análise, os indicadores de adequação didática de um guia de análise geral de processos instrucionais foram adaptados ao tópico de quadriláteros, ao nível educacional (primário) e ao currículo da Costa Rica. **[Resultados]** O nível de adequação do processo de instrução descrito no livro foi considerado médio (em uma escala alta, média ou baixa) e apresentou pontos fracos e erros matemáticos. Os processos instrucionais implementados por ambos os professores obtiveram um nível de adequação menor do que o descrito no livro, embora não haja diferenças significativas, houve poucas ações realizadas pelos professores que resultaram em uma melhoria do processo instrucional do livro. **[Conclusões]** Os níveis de adequação dos processos implementados pelos professores foram inferiores ao nível do processo descrito no livro, apresentando erros e debilidades do recurso e ampliando-os, é necessário oferecer oportunidades para que os professores melhorem sua capacidade de usar o livro e seu conhecimento didático-matemático de forma crítica. Indicadores personalizados podem ser usados para apoiar os professores nessas tarefas.

Palavras-chave: quadriláteros; professores em serviço; adequação didática; livros didáticos; uso crítico.



Introducción

Los docentes interactúan con los libros de texto de formas distintas (Brown, 2009; Remillard, 2005). Un factor que puede influir en el modo de uso del libro corresponde a la experiencia docente, entendida como años de laborar impartiendo clases en el aula (Drake y Sherin, 2009; Taylor, 2013). Por ejemplo, los profesores más experimentados pueden tener más confianza para adaptar y suplementar los materiales (Drake y Sherin, 2009), y los docentes noveles pueden tener mayores dificultades en el uso reflexivo y crítico de estos materiales (Beyer y Davis, 2012).

Al planificar un proceso de instrucción, algunos profesionales dependen, en gran medida de los libros, por lo que el contenido matemático, que finalmente se aborda en el aula, puede estar determinado por el texto (Chen y Ding, 2018; Rezat, 2012). Por ende, en ocasiones los libros de matemáticas influyen en las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes y su rendimiento (Thompson, 2014; Törnroos, 2005). Comprender la información existente en los libros se torna un factor clave para valorar las oportunidades de los alumnos y para realizar cambios prudentes en la forma de emplearlo como un recurso en el aula (Thompson, 2014; Törnroos, 2005). La capacidad del profesor para valorar críticamente los libros y la habilidad para usarlos razonable y eficazmente forman parte de su cualificación profesional (Kong y Shi, 2009).

Si bien existen investigaciones sobre cómo los docentes usan los libros en las aulas de matemáticas en otros contextos, por ejemplo, Nicol y Crespo (2006) y Drake y Sherin (2009), en Costa Rica no se hallan estos estudios. Particularmente en estas investigaciones se resalta la necesidad de indagar

cómo promover que los maestros principiantes puedan utilizar los libros de manera que los adapten y no solo se adhieran a la propuesta de estos (Nicol y Crespo, 2006) y se analizan las estrategias curriculares de los docentes según realicen tres actividades (lectura, evaluación y adaptación de materiales curriculares) antes, durante y después de las clases como evidencia del desarrollo de aprendizaje de y sobre los materiales curriculares a lo largo del tiempo (Drake y Sherin, 2009). En Costa Rica tampoco se hallan comparaciones rigurosas entre los cambios reales de los libros a la instrucción en el aula y las correspondientes decisiones de instrucción tomadas por los docentes. Sin ese análisis detallado sobre cómo los docentes convierten lo establecido en el libro en prácticas reales, existe poco conocimiento de qué ideas pueden ser útiles en la práctica.

En este estudio se pretende analizar el nivel de idoneidad didáctica del libro y contrastarlo con la idoneidad de los procesos de instrucción llevados a cabo por dos docentes de primaria (una novel y otra experta), examinando las acciones llevadas a cabo que resultaron oportunas o no para mejorar la calidad de enseñanza y aprendizaje del contenido. Se pretende responder a la siguiente cuestión:

¿Cuál proceso instruccional entre el pautado por el libro (previsto) o los implementados por las docentes experta y novel resultó más idóneo y por qué?

Para el análisis del libro, se adapta una Guía de Análisis de Lecciones de libros de Texto de Matemáticas (Castillo *et al.*, 2022) al contenido de cuadriláteros. Dicha guía se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino *et al.*, 2007), que ofrece constructos teórico-metodológicos específicos para la valoración de procesos instruccionales.



Nos centramos en los cuadriláteros, por ser uno de los conceptos más básicos en la geometría y un campo en el que tanto estudiantes como profesores experimentan conceptos erróneos y dificultades (Fujita, 2008; Monaghan, 2000). Además, gran parte de los errores y dificultades asociadas al aprendizaje de figuras geométricas en los primeros cursos de Educación Primaria suelen deberse a un uso excesivo de los libros de texto, que ofrecen insuficientes imágenes de los conceptos, representaciones estereotipadas, o contradicciones en las definiciones (Berrera y Gonzáles, 2016; Carrillo *et al.*, 2016).

Marco teórico

Los libros representan un “plan de estudios previsto”, el cual los docentes deben transformar en un “plan promulgado” en el aula real (Remillard, 2005; Törnroos, 2005). Esto significa, que el profesor realiza acciones para enseñar usando ese recurso (Chen y Ding, 2018), estas acciones pueden incrementar o no la calidad del plan previsto.

Adoptamos el EOS para analizar la idoneidad didáctica de los procesos instruccionales (previstos e implementados). Las nociones teóricas y metodológicas del EOS, en particular la idoneidad didáctica, y su sistematización en seis idoneidades parciales (epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional) por medio de componentes, subcomponentes e indicadores permite desarrollar instrumentos para un análisis sistemático y exhaustivo de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Castillo *et al.*, 2022; Godino, 2013). Es una herramienta útil para el análisis de procesos instruccionales, tanto los pautados en libros como en contextos reales (Godino, 2013).

En Castillo *et al.* (2022) se empleó dicha noción para desarrollar una Guía de Análisis de Lecciones de Libros de Texto de Matemáticas (GALT-Matemáticas), que se considera como el punto de partida en este estudio. No obstante, los indicadores de esa guía deben adaptarse al contenido matemático de interés (Breda *et al.*, 2018), en nuestro caso los cuadriláteros.

Indicadores de idoneidad adaptados al tema de cuadriláteros en cuarto año

El análisis de los procesos instruccionales sobre el tema de cuadriláteros en primaria requiere adaptar y proponer indicadores de idoneidad específicos, de acuerdo con el contexto educativo costarricense. Se trata de aplicar resultados de investigaciones didáctico-matemáticas sobre cuadriláteros que son el referente para el análisis de los procesos que aquí consideramos. A continuación, se muestran estos indicadores en cada idoneidad parcial.

Idoneidad epistémica

El significado de referencia de un objeto matemático (cuadriláteros) es relativo al nivel educativo, así como a los tipos de problemas, la diversidad y adecuación de las representaciones, definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos que los sustentan (Godino, 2013). Un proceso instruccional sobre cuadriláteros posee idoneidad epistémica si los significados institucionales pretendidos o implementados representan adecuadamente al significado de referencia. En la Tabla 1 se presentan los indicadores (I) epistémicos (I1-I24) adaptados de la GALT-Matemáticas y su fundamento teórico. El componente “conflictos epistémicos” cuyo indicador refiere a “Los contenidos, situaciones problema y sus



soluciones, conceptos, proposiciones, lenguaje, etc., se presentan de forma correcta sin errores, contradicciones, ambigüedades” considerado en [Castillo et al. \(2022\)](#) no se incluye al final de la tabla, pues este se valora

por aparte en cada componente; es decir, para las situaciones-problemas, conceptos, proposiciones, etc., se valora su presentación correcta, sin errores ni contradicciones véase los indicadores (I1, I4, I9, I12, I16, I18).

Tabla 1. *Indicadores epistémicos adaptados de la GALT-Matemáticas y su fundamento teórico*

Indicador	Fundamento teórico
Situaciones-problemas	
I1. Se presenta correctamente una muestra representativa y articulada de situaciones problema (de reconocimiento, verificación, clasificación partitiva e inclusiva, trazado de cuadriláteros, identificación de cuadriláteros), que permitan contextualizar, introducir, desarrollar y aplicar el conocimiento de cuadriláteros, paralelogramos, no paralelogramos.	Deben existir problemas de: reconocimiento (de elementos, verificación (de propiedades), trazado e identificación de cuadriláteros, clasificación (en paralelogramos o no y de estos en sus tipos) (MEP, 2012). La clasificación inclusiva es ventajosa sobre la partitiva (Usiskin et al., 2008 ; Fujita, 2012). Los contenidos en cuarto año de primaria son: cuadriláteros, sus elementos, paralelogramos y no paralelogramos (MEP, 2012).
I2. Se promueve que el alumno plantee problemas sobre los cuadriláteros.	Tomado de GALT-Matemáticas (Castillo et al., 2022).
Lenguajes	
I3. Se utilizan diferentes tipos de representaciones (verbal, gráfica, numérica, manipulativa, algebraicas...) estandarizadas y no estandarizadas para modelizar correctamente problemas de cuadriláteros, analizando la pertinencia y realizando procesos de traducción entre las mismas.	Se recomienda no limitarse a representaciones geométricas estandarizadas (Arnal-Bailera y Lancis, 2016 ; Berrerra y Gonzáles, 2016 ; Moriena y Scaglia, 2003 ; Gutiérrez y Jaime, 2012 ; Tsamir et al., 2008), y al discutir su pertinencia, se debe cuidar que las propiedades inferidas de las representaciones concuerden con los conceptos (Sáenz-Ludlow y Athanasopoulou, 2008).
I4. Nivel del lenguaje adecuado (transición visual-descriptivo-abstracto).	Debe existir transición de lo visual, a lo descriptivo y culminar en lo abstracto (Van Hiele, 1986 ; Segade, 2022).
I5. Se fomenta la construcción, trazado e interpretación de las representaciones.	Tomado de GALT-Matemáticas (Castillo et al., 2022).
I6. Se usan representaciones para distinguir paralelogramos, no paralelogramos y tipos.	Diferentes representaciones ayudan a percibir características de los cuadriláteros (MEP, 2012).
I7. Se usan representaciones para reconocer elementos y propiedades.	Las figuras geométricas poseen naturaleza figural que refleja propiedades perceptuales (Fischbein, 1993).
Conceptos	
I8. Se presentan correctamente los conceptos (lado, vértice, ángulo, base, altura, diagonal, paralelogramo, rectángulo, ...) de los cuadriláteros (con condiciones necesarias y suficientes) y se adaptan al nivel educativo.	Las definiciones son una descripción de condiciones necesarias y suficientes de un objeto, se basan en atributos críticos (propiedades imprescindibles) (De Villiers et al., 2009 ; Herbst et al., 2005).
I9. Se presenta variedad de definiciones (inclusivas, exclusivas y ejemplos) para algunos conceptos.	Las definiciones deben permitir comprender clasificaciones partitivas e inclusivas y debe darse variedad de ejemplos (Barrantes y Zapata, 2008 ; Fujita y Jones, 2007 ; Tsamir et al., 2008).



Indicador	Fundamento teórico
I10. Existen situaciones para generar o negociar definiciones y para ejemplificarlas (trabajar sus imágenes conceptuales).	Cada sujeto genera una imagen del concepto (basada en la definición, prototipos comunes, experiencias), la definición de un concepto no garantiza su comprensión (De Villiers, 2010; Walcott <i>et al.</i> , 2009).
Proposiciones	
I11. Se presentan correctamente las proposiciones suficientes y necesarias de los cuadriláteros (paralelogramos/no paralelogramos) según sus lados, ángulos y diagonales.	Las propiedades o proposiciones deben ser relativas a sus lados, ángulos y diagonales (MEP, 2012, p. 203). Se debe distinguir entre paralelogramos y no paralelogramos y entre cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecios, trapezoides.
I12. Se diferencia entre atributos críticos (propiedades suficientes y necesarias) y no críticos (propiedades irrelevantes como: la orientación de una figura) de los cuadriláteros.	Se debe distinguir atributos críticos (propiedades imprescindibles de cada ejemplo para pertenecer a una categoría conceptual; es decir, propiedades suficientes y necesarias) de los no críticos en un concepto (Arnal-Bailera y Lancis, 2016; Bernabeu <i>et al.</i> , 2019; Brunherira y Ponte, 2019; Fujita, 2012), los segundos contribuyen a conformar prototipos (Fernández, 2013).
I13. Existen situaciones para que los alumnos generen, reconozcan, apliquen propiedades y las distinguan.	Es relevante que los alumnos puedan generar, reconocer, aplicar y distinguir propiedades (Fujita, 2012; Castillo <i>et al.</i> , 2022).
Procedimientos	
I14. Se presentan correctamente los procedimientos sobre cuadriláteros: algorítmicos (aplicar pasos) y heurísticos (uso de analogía). En particular se promueve la clasificación, construcción, etc.	Los procedimientos pueden ser algorítmicos y heurísticos (León, 2011). Clasificar implica elegir criterios y diferenciar clases en un grupo de formas (Muñoz-Catalán <i>et al.</i> , 2013).
I15. Existen situaciones para que los alumnos generen y negocien procedimientos.	Tomado de GALT-Matemáticas (Castillo <i>et al.</i> , 2022).
Argumentos	
I16. Las proposiciones y procedimientos se explican y argumentan (visual, inductiva y deductivamente) de forma adecuada.	Según el MEP (2012) en este nivel es relevante enfatizar la argumentación deductiva, y realizar demostraciones sencillas.
I17. Se favorece la justificación de los enunciados y proposiciones (inclusivas/no inclusivas) con diversos tipos de razonamientos y pruebas.	Las relaciones de inclusión son relevantes en el razonamiento deductivo y la demostración (Fujita, 2012; Fujita y Jones, 2007).
Relaciones	
I18. Los objetos geométricos (problemas, definiciones, etc.) se relacionan y conectan.	Tomado de GALT-Matemáticas (Castillo <i>et al.</i> , 2022).
I19. Se identifican, articulan y desarrollan de modo organizado los significados (informal-intuitivo, analítico, deductivo informal) de los cuadriláteros.	Delgado y Gómez (2017), configuran los tres primeros niveles de Van Hiele (visualización, análisis, deducción informal) en términos de significados de referencia de los cuadriláteros.
Procesos	
I20. Se promueven situaciones para argumentar, conjeturar, investigar, justificar.	Se recomienda usar instrumentos de medición para verificar propiedades (MEP, 2012).
I21. Se entablan situaciones sobre cuadriláteros que requieran modelos para representar y comprender una realidad específica.	La modelización reside en la identificación, manipulación, diseño, construcción de modelos en situaciones reales (MEP, 2012, p. 31).
I22. Se generan situaciones para describir, explicar, generalizar (relaciones de inclusión), conjeturar patrones.	Se recomienda generalizar que: el rectángulo que tiene sus lados iguales se llama cuadrado, etc. (León y Barcia, 2016; Fujita, 2012).

Nota: Fuente propia de la investigación.



Idoneidad cognitiva

Un proceso instruccional de los cuadriláteros posee idoneidad cognitiva si se contemplan los conocimientos previos de los alumnos, las diferencias individuales, la

progresión de los aprendizajes y la evaluación (Godino, 2013). En la Tabla 2 se presentan los indicadores cognitivos (I25-I32) adaptados y su fundamento teórico.

Tabla 2. *Indicadores cognitivos adaptados de la GALT-Matemáticas y su fundamento teórico*

Indicador	Fundamento teórico
Conocimientos previos	
I23. Se contemplan los conocimientos previos necesarios (identificar y reconocer cuadriláteros, cuadrado, rectángulo, y sus elementos, reconocer rectas y segmentos paralelos y perpendiculares...).	El alumno debe ser capaz de diferenciar figuras en triángulos, cuadriláteros o polígonos (1.º año); reconocer si un cuadrilátero es un rectángulo, y si un rectángulo es un cuadrado, así mismo que pueda identificar sus elementos (2.º año); conocer sobre ángulos, rectas y segmentos paralelos y perpendiculares (3.º año) (MEP, 2012).
I24. Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar, tienen una dificultad manejable (se mantienen en los niveles 1 al 3, según Van Hiele) en sus diversas componentes.	Según el nivel de Van Hiele en el que se encuentre el alumno, pueden existir ciertas dificultades, los estudiantes de primaria se encuentran entre el nivel 1 y 3 (Segade, 2022).
Diferencias individuales	
I25. Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.	Tomados de GALT-Matemáticas (Castillo <i>et al.</i> , 2022).
I26. Se promueve el acceso, el logro y apoyo de todos los estudiantes.	
Conflictos cognitivos	
I27. Se prevén situaciones con diferentes niveles de dificultad (clasificaciones partitivas e inclusivas (más difíciles), identificación de figuras con diferente número de atributos críticos (a mayor cantidad mayor dificultad...)).	A mayor número de atributos críticos en la definición formal del concepto mayor dificultad para identificarlo (Hershkowitz, 1989). Las clasificaciones inclusivas son más difíciles (Brunheira y Ponte, 2019; Barrantes y Zapata, 2008; De Villiers <i>et al.</i> , 2009).
I28. Se advierten errores y dificultades de los conceptos y procedimientos (distractores de estructuración, de orientación, ejemplos prototipos de figuras, usar los prototipos para clasificar otras figuras, no proporcionar definiciones formales, identificar figuras según atributos no críticos o irrelevantes...).	Existen diferentes tipos de errores en el tema de cuadriláteros, debido a: los nombres e imágenes reales, clasificaciones, definiciones, orientación, estructuración, simbología visual (Barrantes y Zapata, 2008). Las imágenes conceptuales pueden ser incorrectas o parciales, (Hershkowitz, 1990).
Evaluación	
I29. Se proponen instrumentos de evaluación, autoevaluación, tanto formativa como sumativa.	Tomados de GALT-Matemáticas (Castillo <i>et al.</i> , 2022).
I30. Los modos de evaluación permiten evaluar conocimientos, competencias y actitudes.	

Nota: Fuente propia de la investigación.



Idoneidad afectiva

Los indicadores de idoneidad afectiva (I31-I38) no sufren cambios respecto de la GALT-Matemáticas (Castillo *et al.*, 2022, p. 12), por lo que no se presentan. Los indicadores segundo, cuarto y último de (Castillo *et al.*, 2022, p. 12) no se consideran aquí, debido a que refieren explícitamente a acciones de los alumnos en clase u opiniones de los alumnos que no admiten valoración en el libro en sí mismo; por otro lado, el componente de evaluación de afectividad se considera desde el punto de vista cognitivo. Aclaramos que un proceso instruccional posee idoneidad afectiva si se promueven actitudes positivas hacia las matemáticas en torno al tema, se consideran las emociones y creencias sobre las matemáticas, así como el valor de cualidades (estéticas y de utilidad) hacia los cuadriláteros, y se promueven situaciones que permitan valorar la utilidad del contenido en la vida diaria y profesional.

Idoneidad instruccional (interaccional y mediacional)

El término idoneidad instruccional refiere a la idoneidad interaccional y mediacional en conjunto. Un proceso instruccional posee idoneidad interaccional si los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado y favorecen la autonomía en el aprendizaje. Por otro lado, posee idoneidad mediacional, si existe disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y si existe una secuenciación de contenidos y actividades adecuada. En la Tabla 3 se muestran los indicadores instruccionales (I41-I48) adaptados, junto con su fundamento teórico. Se aclara que, en relación con Castillo *et al.* (2022), se omite el componente “evaluación formativa”, ya que se considera en la faceta cognitiva en el componente “evaluación”.

Tabla 3. *Indicadores instruccionales adaptados de la GALT-Matemáticas y su fundamento teórico*

Indicador	Fundamento teórico
Interacción autor/profesor-alumno	
I39. El autor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, enfatiza los conceptos claves del tema, etc., se propone una secuencia con múltiples ejemplos y no ejemplos, y contrastar con la imagen conceptual...).	Se deben hacer explícitas las relaciones de la definición con las imágenes conceptuales, y proporcionar diversos ejemplos y no ejemplos, examinando sus propiedades (Guillén, 2005; Segade, 2022; Kobiela y Lherer, 2015). El alumno debe ser partícipe de la acción de definir (De Villiers <i>et al.</i> , 2009; Sinclair <i>et al.</i> , 2016).
I40. Existen situaciones para buscar consensos con base al mejor argumento.	Tomados de GALT-Matemáticas (Castillo <i>et al.</i> , 2022).
I41. Se usan recursos para captar la atención de los alumnos (retóricos, argumentativos).	
Interacciones discentes	
I42. Existen tareas que favorecen el diálogo, comunicación y debate (sobre nombres de las figuras, relaciones con la imagen y concepto) entre los estudiantes, en las que se expliquen, justifiquen, cuestionen diferentes puntos de vista con argumentos.	El MEP (2012) considera la comunicación y argumentación, y una metodología que permita la discusión de soluciones. Se deben promover debates sobre los nombres de las figuras y las relaciones de la imagen y del concepto (Barrantes y Barrantes, 2020).



Autonomía	
143. Existen momentos donde los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos, investigan y conjeturan; razonan, conectan, resuelven problemas y los comunican).	Tomados de GALT-Matemáticas (Castillo <i>et al.</i> , 2022). El MEP (2012) propone una metodología que implica la propuesta de un problema y el trabajo estudiantil independiente, en donde el alumno asume la responsabilidad del estudio y, posteriormente, se discuten las soluciones.
Recursos materiales	
144. Se promueve el uso de materiales manipulativos (regla, compás, papel cuadriculado, escuadra, tangram...), audiovisuales e informáticos (GeoGebra u otros programas de representación gráfica) que permiten introducir situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones sobre cuadriláteros.	El uso de programas de geometría dinámica permite explorar características de las figuras geométricas, comparando ejemplos y no ejemplos (Barrantes y Barrantes, 2020; Segade, 2022). El MEP (2012) propone el uso de tangram, doblado de papel, papel cuadriculado, instrumentos de medición (compás, regla, escuadra) en primaria.
145. Se contextualizan y motivan las definiciones y propiedades empleando modelos concretos y visualizaciones.	Tomados de GALT-Matemáticas (Castillo <i>et al.</i> , 2022).
Tiempo	
146. La secuenciación de contenidos y actividades es adecuada, dedicando el tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión: - Se inicia el estudio con un enfoque intuitivo y en los primeros niveles de razonamiento (se formulan definiciones partiendo de la experiencia de los alumnos y considerando sus imágenes conceptuales, se realizan clasificaciones partitivas primero, se verifican ejemplos). - Se avanza a un enfoque deductivo informal (se proponen condiciones suficientes y necesarias y se hace una transición al uso de definiciones formales, se promueven las clasificaciones inclusivas, demostraciones informales abstractas).	Debe existir una transición de un enfoque intuitivo a uno deductivo informal, siguiendo el Modelo de Van Hiele, primero, incluir situaciones de identificación, descripción, construcción de múltiples figuras geométricas; segundo, agregar situaciones que permitan identificar propiedades elementales, explorar y describir las propiedades y los elementos de la figura, clasificar, según propiedades, generalizar de manera inductiva y comprobar de forma informal; tercero, centrarse en la definición de propiedades; uso del lenguaje adecuado, deductivo aunque informal, discusión de las propiedades suficientes y necesarias, formulación y verificación de conjeturas simples (Godino y Ruiz, 2003; Gutiérrez y Jaime, 2012; Segade, 2022).

Nota: Fuente propia de la investigación.

Idoneidad ecológica

La idoneidad ecológica de un proceso instruccional implica que los contenidos y su desarrollo se correspondan con las directrices curriculares (MEP, 2012) (ver Tabla 4), que estos aparezcan relacionados con

otros contenidos intra e interdisciplinares, que se contemple la innovación y la adaptación socioprofesional y se fomente la educación en valores. Los indicadores ecológicos (I47-I51) no sufren cambios respecto a Castillo *et al.* (2022, p. 15).



Tabla 4. *Contenidos y habilidades según MEP (2012)*

Contenidos	Habilidades
Cuadriláteros	1. Identificar diversos elementos de los cuadriláteros (lado, vértice, ángulo, base, altura, diagonal).
Lado	2. Clasificar cuadriláteros en paralelogramos y no paralelogramos.
Vértice	3. Clasificar paralelogramos en cuadrado, rectángulo, rombo y romboide.
Ángulo	4. Trazar cuadriláteros que cumplan las características dadas.
Base	5. Reconocer propiedades de cuadriláteros referidas a los lados, los ángulos y las diagonales.
Altura	6. Clasificar los cuadriláteros no paralelogramos en trapecios y trapezoides.
Diagonal	7. Identificar estas figuras y sus elementos (vértices, lados, ángulos) en objetos del entorno.
Paralelogramos	8. Resolver problemas que involucren el trazado de diversos tipos de cuadriláteros.
- Rectángulo	
- Rombo	
- Romboide	
- Cuadrado	
No Paralelogramos	
- Trapecio	
- Trapezoide	

Nota: Fuente propia de la investigación.

Metodología

Se llevó a cabo un estudio de casos (Stake, 1995) para comprender el proceso de transición entre el libro y la instrucción llevada a cabo por 2 docentes. En este tipo de estudio no se pretende generalizar los hallazgos a otros entornos, sino, identificar temas significativos a través de una descripción detallada y una comparación en un entorno particular (Creswell, 2014; Stake, 1995).

Las participantes fueron 2 maestras de educación primaria del mismo centro educativo público costarricense y con diferentes años de experiencia laboral, en adelante referimos a ellas como D.E. (docente experta) y D.N. (docente novel). La D.E. contaba con 22 años impartiendo docencia en primaria y estudió una licenciatura, en Ciencias de la Educación con Énfasis I y II Ciclo. La D.N. tenía 3 años de experiencia y estudió un grado en la misma carrera. Los datos proceden de las grabaciones transcritas de las lecciones que impartieron las docentes sobre los cuadriláteros.

Ambas docentes impartieron cuarto año de primaria y utilizaron el libro

Matemática 4 de la Asociación libros para todos (2023, pp. 112-123). La D.E. empleó 4 lecciones para abarcar el tema, mientras que la D.N. empleó 5, cada lección tenía una duración de 80 minutos. La metodología de análisis de contenido se emplea para examinar las grabaciones de las clases y entrevistas de las docentes.

El instrumento de análisis son los indicadores adaptados de Castillo *et al.* (2022), para lo cual se hace una valoración cuantitativa según el nivel de cumplimiento con una escala de 2, si se cumple totalmente; 1, si se cumple parcialmente y 0, si no se cumple (Castillo *et al.*, 2022), dicha valoración cuantitativa se complementa con una justificación (valoración cualitativa). Primero se realizó el análisis del libro, posteriormente se valoraron los procesos instruccionales de las docentes, para estos últimos se utilizó la misma escala numérica de valoración, pero considerando en cada caso si resultó mayor (+L), menor (-L), o igual (=L) al libro. El análisis de los procesos instruccionales fue realizado de manera independiente por cada investigador, posteriormente fue consensuado.



Para decidir el nivel de idoneidad “alta, media, baja”, se considera la media ponderada de los puntos obtenidos en cada idoneidad parcial. Por ejemplo, la faceta epistémica posee un total de 22 indicadores esto indica que la puntuación máxima sería 44 puntos, además se considera que si la media ponderada en escala de 0 a 100 está entre [0, 33.33[la idoneidad es baja, entre [33.33, 66.66[es media y entre [66.66, 100] es alta.

Descripción de la lección del libro

En el libro se inicia con dos problemas de identificación de cuadriláteros (p. 112). Seguidamente se define cuadrilátero y se representan gráficamente sus elementos (p. 113), un código QR² permite acceder a un esquema de la clasificación en paralelogramos y no paralelogramos en el que, además, se muestran las propiedades de cada cuadrilátero, y un enunciado que implica usar GeoGebra para caracterizar cada cuadrilátero a partir de las diagonales. En las páginas 114 y 115 se plantean seis ejercicios de identificación de elementos de los cuadriláteros, después se define paralelogramo y no paralelogramo y se proponen representaciones gráficas. En la página 116 se exponen 5 ejercicios para identificar y clasificar en paralelogramos o no paralelogramos, determinar semejanzas y diferencias y definir algunos cuadriláteros. Posteriormente se propone la construcción del cuadrado y rombo con regla y compás, y se solicita replicar los pasos (pp. 118-119). Luego se plantean 3

ejercicios, que implican trazar cuadriláteros (pp. 120-121). Finalmente, 4 ejercicios para reconocer y dibujar cuadriláteros (pp. 122-123).

Descripción del proceso instruccional de la D.E.

En la lección 1 la D.E. formuló preguntas orales a los alumnos para evaluar conocimientos previos antes de usar el libro. Luego, explicó los ejercicios de las páginas 112 y 113, si detectaba que presentaban alguna dificultad, explicaba con más detalle. Después, siguió lo estipulado en el libro hasta la página 114, solo que omitió el código QR (p. 113). En la lección 2, la D.E. propuso un ejercicio distinto a los del libro (Figura 1), posteriormente solicitó a los niños dibujar con regla varios cuadriláteros con medidas específicas de lados, lo cual no estaba indicado en el libro.

Problema Inicial

1. Lea el problema inicial.

Los estudiantes de un grupo se distribuyeron en tres mesas como las de la derecha. En cada lado de las mesas se sentó una niña, y en cada esquina, un niño. Si todos lograron sentarse, ¿cuántos estudiantes hay en esa sección?

a. Complete la tabla.

Mesa	Niñas que caben (lados)	Niños que caben (esquinas)	Total
1			
2			
3			

b. Escriba dos características comunes de las tres mesas.

c. Anote la cantidad de estudiantes en esa sección →

Figura 1. Situación propuesta por D.E.
Fuente: fotografía tomada durante la observación.

2 Dicho código lleva al siguiente enlace <https://www.geogebra.org/m/sVnjTqKU>



La D.E. tomó tiempo para explicar el uso de la regla, aclarando que la medida debe hacerse a partir de 0. Posteriormente ella propuso otros ejercicios similares a los del libro. Finalmente, utilizó la página 115 del libro para explicar la definición de paralelogramo y no paralelogramo y resolver los ejercicios. En la lección 3, siguió la secuencia del libro sin innovaciones del contenido, repasó la página 115 y trabajó los ejercicios de las páginas 116 y 117, luego revisó en la pizarra el trabajo. Finalmente, en la lección 4, omitió las páginas 118 y 119 del libro, en donde se proponían 2 ejercicios para construir con regla y compás 1 cuadrado y 1 rectángulo. Esto la llevó a modificar la instrucción del ejercicio 1 (p. 120), en cuanto a la medida del cuadrado y del rectángulo, así como del uso de la regla, pero no del compás, como se proponía en el libro. Trabajó los ejercicios de las páginas 120-123 en el aula e invirtió tiempo en explicar cómo trazar figuras en la cuadrícula y, en revisar el trabajo.

Descripción del proceso instruccional de la D.N.

En la lección 1 la D.N. comenzó con una situación diferente a las del libro (Figura 2), propuso trabajar con las páginas 112 y 113 del libro y terminó la clase con un resumen de lo visto. Al igual que la D.E. omitió el código QR (p. 113). En la lección 2, hizo un uso indirecto del libro (p. 115), la D.N. no indicó leer dicha página, las definiciones y representaciones que escribió en la pizarra son las mismas para los paralelogramos y no paralelogramos. Amplió la propuesta del libro con preguntas guía y con una situación en la cual solicitó construir paralelogramos con plastilina, lo que permitió manipulación directa de la representación del cuadrilátero.

En la lección 3 usó los ejercicios de las páginas 115 y 116 del libro. Escribió en

la pizarra, de forma diferente al libro, definiciones de cada cuadrilátero. Finalmente, continuó con los ejercicios de la página 117. En la lección 4 empezó revisando los ejercicios que los niños habían trabajado previamente, llamándolos de manera individual a su escritorio. Luego, escribió en la pizarra: en todo cuadrilátero, la suma de los ángulos internos es igual a 360° , esta es una propiedad no considerada en el libro, ni en el currículo para 4.º año. Pidió que anotaran la medida de cada ángulo faltante en algunas figuras, repasó lo visto hasta el momento y empleó los ejercicios de las páginas 120 y 121 del libro. En la lección 5 usó los ejercicios de las páginas 122 y 123 del libro, pero realizó una ampliación con actividades de repaso para ejecutar en el cuaderno.

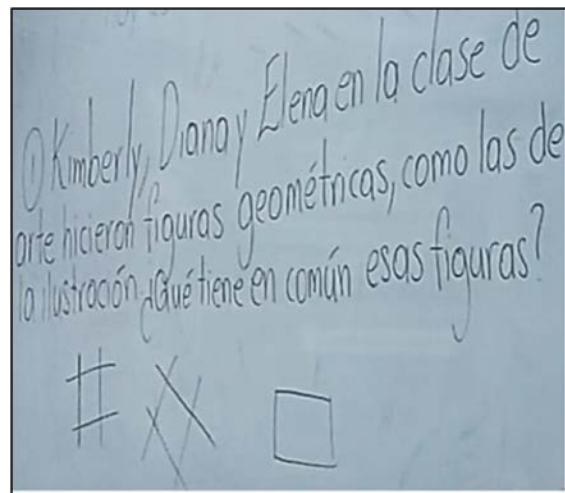


Figura 2. Situación propuesta por D.N.
Fuente: fotografía tomada durante la observación.

Ejemplificación del análisis

Puede observarse la Figura 3, que muestra cómo se valora el I1 en el libro, y en los procesos de las docentes.

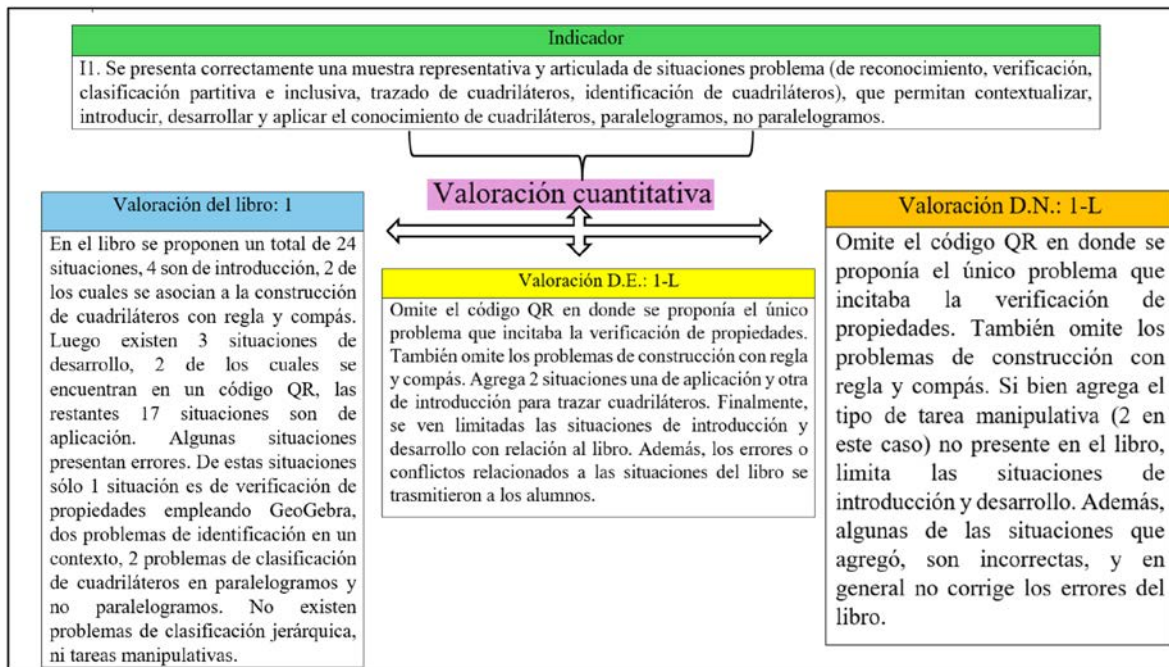


Figura 3. *Ejemplo de análisis.*

Fuente: elaboración propia.

Análisis y resultados

A continuación, se muestran los resultados del análisis de la idoneidad de los procesos instruccionales.

Análisis de la idoneidad del libro

En la Tabla 5 se muestra la valoración numérica de los indicadores, el

promedio de cada idoneidad parcial y de la general y su respectivo nivel de idoneidad según sea, baja, media o alta. Se puede observar que la idoneidad mediacional es la única con un nivel alto, y la ecológica es la idoneidad con el promedio más bajo. En términos generales la idoneidad didáctica del libro es media.

Tabla 5. *Valoración de la idoneidad del libro*

Idoneidad	Valoración			Media ponderada	Nivel de idoneidad
	2	1	0		
Epistémica	I4	I1, I3, I5-I7, I10, I11, I13-I15, I18, I19, I21	I2, I8, I9, I12, I16, I17, I20, I22	34,09	Media
Cognitiva	I23, I24, I26	I25, I27, I29, I30	I28	62,5	Media
Afectiva		I31-I34	I35-I38	25	Baja
Interaccional		I39, I43	I40-I42	20	Baja
Mediacional	I44	I45, I46		66, 67	Alta
Ecológica		I47	I48-I51	10	Baja
General	-	-	-	35,29	Media

Nota: Fuente propia de la investigación.



A continuación, referimos a las fortalezas, que se entienden como los indicadores con una valoración 2. También describimos las debilidades, que corresponde a los indicadores con valoración 0 o los indicadores con valoración 1, en donde se identifican aspectos incorrectos según el significado de

referencia; es decir, conflictos (C) o alguna carencia o faltante (F) considerando las directrices curriculares. En la Tabla 6 concretamos las principales debilidades, conflictos y faltantes del texto reconocidos tras el análisis del libro y, en la Tabla 7 se muestran las fortalezas de este.

Tabla 6. *Listado de debilidades y aspectos conflictivos o faltantes del texto*

Componente	Debilidad
Idoneidad epistémica	
Problemas	C1-I1-I2. Algunos ejercicios son confusos en su enunciado y contenido, y faltan situaciones de (clasificación inclusiva, manipulativas...).
Lenguajes	C2-F1-I3. Carencia de explicaciones sobre la pertinencia de las representaciones, algunas representaciones son estandarizadas e incorrectas.
Conceptos	I8. Concepto de cuadrilátero y de trapecio incorrecto. I9. Poca variedad de definiciones, no admiten clasificación jerárquica.
Proposiciones	C3-F2-I11. Inexistencia de propiedades para concluir que un cuadrilátero es un paralelogramo, y de proposiciones de cuadriláteros según sus diagonales. Proposición incorrecta al sugerir que todo cuadrilátero tiene altura.
Procedimientos	I12. No se diferencian entre atributos críticos y no críticos de los conceptos.
Argumentos	F3- I14. Carencia de procedimientos para clasificar inclusivamente o usar GeoGebra. I16. Las proposiciones y procedimientos se explican, pero no se argumentan. I17. No se favorece que se justifiquen los enunciados y proposiciones.
Relaciones	F4-I19. No se aborda lo suficiente el significado deductivo informal.
Comunicación, argumentación	I20. Ningún ejercicio solicita justificar la respuesta o comunicar ideas, solo un ejercicio promueve formular conjeturas.
Generalización	I22. No se promueven situaciones para describir, explicar y hacer generalizaciones y conjeturas de patrones geométricos y numéricos.
Idoneidad cognitiva	
Progresión en la dificultad de aprendizaje	F5-I27. No se prevén situaciones con diferentes niveles de dificultad: no existen actividades que sugieran realizar clasificaciones inclusivas. I28. No se advierten errores y dificultades.
Idoneidad afectiva	
Emociones	F6-I33. Faltan otros elementos motivadores: humor, poesía... I35. Faltan momentos para expresar emociones hacia las situaciones. I36. No se promueve la autoestima, evita el rechazo a las matemáticas.
Creencias	I37. No se analizan ni consideran las creencias sobre las matemáticas y sobre el contexto social en el que desarrolla el aprendizaje.
Valores	I38. No se promueve que el estudiante valore las cualidades de estética, precisión, utilidad de las matemáticas en la vida diaria y profesional.
Idoneidad interaccional	
Interacción autor→alumno	F7-I39. Inexistencia de múltiples ejemplos de un mismo cuadrilátero, se pueden generar prototipos y de algunas propiedades de forma clara. I40. No se promueven situaciones para consensuar con argumentos. I41. No se usan diversos recursos retóricos y argumentativos.
Interacciones discentes	I42. No se proponen tareas que favorecen el diálogo, comunicación y debate entre los estudiantes.



Componente	Debilidad
Idoneidad ecológica	
Adaptación al currículo	F8-I47. No se promueve “reconocer propiedades de cuadriláteros referidas a los lados, ángulos y diagonales”, faltan algunas propiedades.
Apertura a la innovación	I48. No se suscita la innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva (se enuncian problemas prácticos, experimentación).
Adaptación socio-profesional	I49. Los contenidos no contribuyen a la formación socio-profesional de los estudiantes.
Educación en valores	I50. No se contempla la formación en valores democráticos y oportunidades para cuestionar lo evidente (pensamiento crítico).
Conexiones intra, interdisciplinarias	I51. Los contenidos no se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios (temas transversales, historia de la matemática, otros).

Nota: Fuente propia de la investigación. La notación C1-I1 se interpreta como un conflicto relacionado al indicador 1, si aparecen faltante se escribe F.

En cuanto a la idoneidad epistémica, existen situaciones en el libro que son confusas o incorrectas (C1-I1-I2):

Ejercicio 1, (p. 112). En el enunciado se solicita asociar con líneas imágenes de la vida real con representaciones de cuadriláteros, es confuso identificar solo un cuadrilátero en la bicicleta y el lego (Figura 4). La bicicleta no debe modelizarse como 1 cuadrilátero, en el caso del lego, puede modelizarse como 2 cuadriláteros.

Ejercicio 3, (p. 121). El ejercicio solicita dibujar, en una cuadrícula ciertas figuras, por ejemplo “un cuadrado con 3 unidades de lado”, o “un romboide”, en el segundo caso, sin especificar las medidas de sus lados, a pesar de que podría emplearse la misma unidad de medida, no se aclara que la medida de cada lado de los cuadrados de la cuadrícula equivale a una unidad, sino que el lector lo debe asumir.



Figura 4. Ejercicio 1, asociar con líneas.
Extraído de [Asociación libros para todos \(2023, p. 112\)](#).



Ejercicio 1, (p. 122). Se solicita relacionar figuras geométricas con su nombre, sin embargo, existen 2 figuras repetidas (romboides), ninguna representación, a excepción del cuadrado, cumpliría con el concepto de rombo.

Además, en el libro no se incluyen problemas que permitan al alumno realizar clasificaciones inclusivas, situaciones manipulativas y situaciones para que los alumnos propongan problemas por sí solos (C1-I1-I2). En cuanto al conflicto C2-F1-I3 un ejemplo de representaciones de cuadriláteros que carece de explicaciones del significado de las marcas de los lados y ángulos se observa en la Figura 5. Nótese que la

representación del cuadrado posee un error en las marcas de congruencia de los lados, pues son diferentes.

La definición de cuadrilátero en el libro “figura plana formada por cuatro lados” (p. 113), no descarta a la Figura 6, resultando en una definición incompleta y, por ende, incorrecta (I8). En efecto, [Moise y Downs \(1996\)](#) afirman que un cuadrilátero es una figura plana de 4 lados, donde sus lados no deben cruzarse uno al otro. Además, en el libro trapecio “es un no paralelogramo que tiene un par de lados con diferente medida y sus ángulos opuestos con diferentes medidas” (p. 117). En dicha definición se excluye el trapecio escaleno, así como la po-

sibilidad de generalizar que “cualquier paralelogramo es también un trapecio”, y, por lo tanto, de clasificarlos inclusivamente (I8).

La variedad de definiciones es poca (I9), únicamente hay 2 definiciones distintas de rombo. Además, se reconocen faltantes en tanto no aparecen proposiciones que, según el [MEP \(2012\)](#), se deberían abordar: un cuadrilátero es un paralelogramo si ambos pares de lados opuestos son

congruentes; o si 2 lados opuestos son paralelos y congruentes; o si las diagonales se bisecan. Tampoco están explícitas las propiedades según sus diagonales, adicionalmente es conflictivo indicar que “la altura es un elemento de un cuadrilátero en general”, esto debido a que la altura no existe para el trapecioide, lo que puede generar dificultades al generalizar dicha proposición (C3-F2-I12). Por otro lado, los procedimientos para realizar clasificaciones inclusivas o

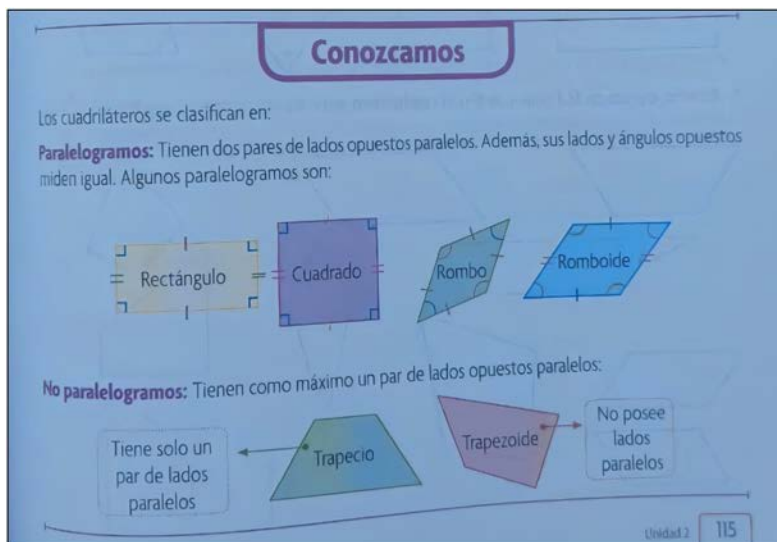


Figura 5. *Representaciones incorrectas.*
Extraído de [Asociación libros para todos \(2023, p. 115\)](#).

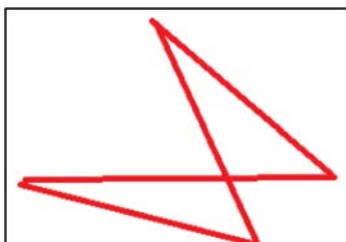


Figura 6. *Contraejemplo.*
Fuente: elaboración propia.



para construir cuadriláteros en GeoGebra no se detallan; sin embargo, esto último es un requerimiento para resolver un ejercicio del código QR (F3-I14).

En las páginas 118 y 119, se explica el procedimiento de construcción con regla y compás con apoyo visual, pero no se argumenta por qué la secuencia de pasos conlleva a construir un cuadrado o rombo (I16). De modo similar, en la página 115 (Figura 5), existe apoyo visual para explicar las proposiciones, pero no se promueve verificarlas (I16). Ninguna situación o contenido del libro favorece que se justifiquen los enunciados o proposiciones (I17). En el libro se encuentran situaciones referentes al significado intuitivo-informal y analítico, pero son pocas las situaciones que se asocien al significado deductivo-informal, esto es una carencia en donde, si los alumnos no tienen la oportunidad de conocer esta aproximación, cuentan con una limitada comprensión del significado (F4-I19). Por ejemplo, sí se incentiva a los alumnos a plantear definiciones, pero no a verificar la veracidad de proposiciones o a realizar clasificaciones inclusivas.

En cuanto a la comunicación y argumentación, únicamente un ejercicio en código QR promueve formular conjeturas sobre los cuadriláteros, no obstante, esto implica explorar, pero no justificar (I20). Finalmente, no se encuentran situaciones que permitan realizar generalizaciones de relaciones de inclusión, por ejemplo, que les permita afirmar que: el rectángulo que tiene sus lados iguales se llama cuadrado (I22).

En cuanto a la idoneidad cognitiva, dado que las dificultades al realizar la tarea de clasificación son mayores cuando se tratan de clasificaciones jerárquicas o de inclusión, y que esto puede deberse a que, en primaria, se suele dar énfasis exclusivamente

a clasificaciones por partición (Brunheira y Ponte, 2019; Barrantes y Zapata, 2008; De Villiers *et al.*, 2009), resulta una carencia del libro, que puede generar dificultades futuras (F5-I27). De modo similar se evidencia la limitada presencia de situaciones en un nivel 3 de razonamiento de Van Hiele: existen únicamente dos de ellas, una para que los alumnos planteen definiciones, y otra para que caractericen cuadriláteros a partir de las propiedades de las diagonales, las demás corresponden a un nivel 1 o 2.

Por otro lado, en el texto no existe advertencia sobre errores o dificultades, por ejemplo, inicialmente se usan solo figuras y ejemplos prototipos, y aunque después se usan algunos ejemplos diferentes, no se aclara que son distintas representaciones para un mismo tipo de cuadrilátero. Según Carrillo *et al.* (2016) gran parte de los errores y dificultades asociadas al aprendizaje de figuras geométricas en los primeros cursos de Educación Primaria se deben a un uso excesivo de los libros, que ofrecen insuficientes imágenes de los conceptos, además de no proporcionar suficiente importancia a la información visual. Los ejemplos usuales suelen presentar algún atributo visual estereotipado generando formación de prototipos cerrados (Barrantes y Zapata, 2008; Gutiérrez y Jaime, 2012; Ortega y Pecharrromán, 2015). Estos hechos se reflejan en el libro analizado.

En cuanto a la idoneidad afectiva, en relación con el I33, se propone un ejercicio para asociar ilustraciones de objetos reales con tipos de cuadriláteros, y otro para encontrar diferentes cuadriláteros en una figura compuesta (Figura 7). Estas ilustraciones podrían considerarse motivadoras, las primeras al relacionarse con el contexto real, la segunda al resultar en un desafío. Sin embargo, no se encuentra otro elemento

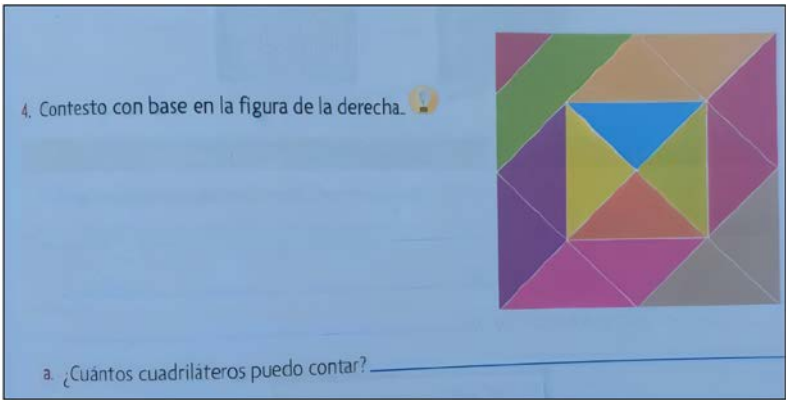


Figura 7. *Ejemplo de ilustración.*
Extraído de [Asociación libros para todos \(2023, p. 123\)](#).

motivador. En el resto de los indicadores no se encuentra evidencia, en el texto, para valorarlos con un 2 o un 1.

En lo interaccional, no existen múltiples ejemplos sobre un mismo cuadrilátero, lo que puede generar prototipos, así como la presentación clara de las propiedades de los cuadriláteros con respecto a sus diagonales (F7-I39).

En cuanto a la idoneidad ecológica, se evidencia el F8-I47, debido a que explícitamente no se presentan propiedades de los cuadriláteros en relación con las diagonales, esto es relevante para poder abordar la habilidad 5 propuesta por el [MEP \(2012\)](#) que indica “reconocer propiedades de cuadriláteros referidas a los lados, los ángulos y las diagonales”.

ción de segmentos paralelos previo al estudio de los paralelogramos (I25). Asimismo, considerando que los estudiantes de primaria se encuentran entre el nivel 1 y 3 del modelo de Van Hiele, por lo que proponer tareas de los niveles 4 y 5 no es recomendable ([Segade, 2022](#)), se puede resaltar que los contenidos pretendidos tienen una dificultad manejable (I26), pues la mayoría de las situaciones corresponden con los niveles 1 y 2.

En cuanto al I26, existen 11 ejercicios que permiten soluciones diferentes:

Ejercicios 4 y 5 (p. 117), solicitan completar un cuadro comparativo con semejanzas y diferencias entre parejas de cuadriláteros, y formular una definición para rectángulo, trapecioide y romboide.

Tabla 7. *Listado de fortalezas del texto*

Componente		Fortaleza
Idoneidad epistémica		
Lenguajes	I4. El nivel de lenguaje es adecuado a los alumnos a quienes se dirige.	
Idoneidad cognitiva		
Conocimientos previos	I23. Se contempla en el texto los conocimientos previos necesarios.	
Diferencias individuales	I24. Los contenidos pretendidos tienen una dificultad manejable.	
	I26. Se proponen problemas (más de 10) que admiten diferentes vías de solución, promoviendo el apoyo de todos los estudiantes.	
Idoneidad mediacional		
Recursos materiales	I44. Se promueve el uso de materiales manipulativos e informáticos, que permiten introducir situaciones adaptadas al contenido pretendido.	

Nota: Fuente propia de la investigación.



Ejercicios 1 y 2 (p. 120); 3c, 3d, 3f y 3g (p. 121); 2 (p. 122), 3 (p.123), solicitan dibujar cuadriláteros con ciertas características.

Ejercicios 4 (p. 123), implica visualizar cuadriláteros en una figura compuesta y anotar sus nombres.

Finalmente, se promueve el uso de materiales manipulativos (la regla, el compás, papel cuadriculado, la escuadra) para trazar cuadriláteros; y el uso de GeoGebra (I44).

Análisis de la idoneidad de los procesos instruccionales por las docentes

En la Tabla 8 se muestran los promedios y los niveles de idoneidad tras analizar los procesos instruccionales de las docentes,

en este caso se indica si resultó en un nivel superior al del libro (indicado como +L), inferior (-L) o igual (=L).

La idoneidad general del proceso instruccional de ambas docentes resultó ser menor que la del libro, la idoneidad del proceso de la D.N. es mayor que la idoneidad del proceso de la D.E. aunque, en ambos casos, no es una diferencia significativa. Para comprender mejor qué acciones llevaron a las docentes a tener una mayor (Tabla 9) o menor (Tabla 10) idoneidad que la del libro, referimos a los indicadores, que al valorarse, implican un cambio respecto de la valoración del plan previsto (libro). En las respectivas tablas se proporciona una justificación de por qué resultó en mayor o menor valoración.

Tabla 8. Valoración de la idoneidad de los procesos instruccionales de las docentes

Idoneidades	Promedio		Nivel de idoneidad	
	D.E.	D.N.	D.E.	D.N.
Epistémica	31,81	31,81	Baja-L	Baja-L
Cognitiva	50	62,5	Media-L	Media=L
Afectiva	25	25	Baja=L	Baja=L
Interaccional	20	20	Baja=L	Baja=L
Mediacional	50	50	Media-L	Media-L
Ecológica	20	10	Baja+L	Baja=L
General	32,35	33,33	Baja-L	Media-L

Nota: Fuente propia de la investigación.

Tabla 9. Indicadores con mayor valoración que el libro, justificación y docente que lo indica

Indicador	Justificación	Docente
	Valoración 2+L	
I23	D.E. repasa definiciones conocidas (vértice, ángulo, semejanza, consecutivo), cómo usar la regla y lo estudiado en las lecciones previas. La D.N. pregunta por lo visto anteriormente en cada lección.	Ambas
I26	Supervisan que los alumnos resuelvan los ejercicios.	Ambas
Indicador	Justificación	Docente
	Valoración 1+L	
I14	Aunque omite los procedimientos de regla y compás, explica procedimientos para trazar figuras, no explícitos en el libro.	D.E.
I16	Ambas justifican que existen dos diagonales en un cuadrilátero, trazándolas. D.E. justifica que dos lados son paralelos, porque al extenderse “no se chocan”.	Ambas
I25	Propone actividades de ampliación sobre la proposición “la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es igual a 360°” y varias de refuerzo no consideradas en el libro.	D.N.
I49	Promueve pedir la palabra para responder alguna pregunta o realizar algún cuestionamiento en torno al tema.	D.E.



Indicador	Justificación	Docente
Valoración 0+L		
I20	La D.E. promueve la comunicación y argumentación ocasionalmente: ¿todos los que están en la pizarra son cuadriláteros?, ¿por qué? La D.N. solicita describir, y explicar clasificaciones.	Ambas

Nota: Fuente propia de la investigación.

Tabla 10. *Indicadores con menor valoración que el libro, justificación y docente que lo indica*

Indicador	Justificación	Docente
Valoración 1-L		
I1	Omiten dos situaciones de desarrollo (código QR) y dos de introducción (pp. 118-119) *. Se ve limitado el tipo de situaciones propuestas y no corrigen errores del libro.	Ambas
I3	Usan representaciones incorrectas/no pertinentes*.	Ambas
I7	Omiten el único ejercicio que permitía inferir propiedades de los cuadriláteros en relación con sus diagonales.	Ambas
I11	Enuncia proposiciones de modo incorrecto*.	D.E.
I44	Omiten el uso de GeoGebra y del compás.	Ambas
I47	La propiedad de la suma de ángulos internos del cuadrilátero no se contempla en cuarto año, aun así, la considera faltante.	D.N.
Valoración 0-L		
I8	Incorporan errores adicionales al libro al definir conceptos*.	Ambas
I13	Al omitir el ejercicio del código QR, no existen oportunidades para que generen propiedades, según sus diagonales.	Ambas
I15	Se omiten ejercicios (código QR, pp. 118-119) que permitían que los alumnos generaran o negociaran procedimientos.	Ambas
I29-I30	No propone instrumentos de evaluación.	D.E.
I36	Se ignoran comentarios de rechazo hacia las matemáticas.	Ambas

Nota: Fuente propia de la investigación. * indica existencia de errores adicionales al libro.

En relación con el I1, en el ejercicio 1 (p. 112), la D.E. interpretó que la bicicleta se asociaba al romboide y que el lego se asociaba al trapezoide, por su parte la D.N. indicó que ambos se correspondían con el trapezoide. Además, en el ejercicio 1 (p. 122) las docentes y los niños asociaron la representación verbal rombo con la representación gráfica de un romboide. Con respecto a I3, ambas docentes cometen errores adicionales a los del libro al emplear representaciones matemáticas de los cuadriláteros; sin embargo, en relación con las representaciones resultaron ser más conflictivas en las lecciones observadas. Por ejemplo, la D.N. empleó marcas de congruencia para indicar paralelismo de los lados de un trapecio,

así como dibujar los lados del cuadrado y rombo como rectas (Figura 2), o para representar la altura solo en posición vertical e incluso afirmar que únicamente existe una altura, lo cual se puede vincular con la creación de prototipos, lo que podría ocasionar dificultades de aprendizaje (Fujita, 2012; Monaghan, 2000). También es confusa la representación del trapezoide (Figura 8), en donde no es claro que los lados no sean paralelos. Un aspecto para indicar es que la D.N. incorporó el uso de representaciones manipulativas al incluir el uso de la plastilina, pero los niños realizan figuras que no se diferencian entre sí, con lo cual podría resultar conflictivo el uso de este material, si involucra descuidar las propiedades.



Figura 8. *Representación Trapezoide.*
 Fuente: fotografía tomada durante la observación.

Por su parte la D.E. siempre marcó las bases de los cuadriláteros como lados inferiores, y usó una representación estándar de un triángulo para referir a solo una altura, lo que resulta conflictivo si los alumnos no comprenden que existen tres alturas en un triángulo, y que la base, en realidad puede ser cualquier lado. En el rombo marcó incorrectamente la altura como la diagonal mayor; además, representó el trapezoide de modo incorrecto (como un trapecio, Figura 8), y afirmó que, en el trapezoide un par de lados opuestos son paralelos. También indicó que un trapecio como el de la Figura 9 es rectángulo, pues al trazar la altura se forma el ángulo recto, indica “cuando yo trazo la altura de este trapecio, tengo que trazarla adentro, y aquí se me forma un ángulo recto ¿cierto? (dibuja el símbolo de perpendicular)”.

Al respecto del I11, la D.E. realizó enunciados conflictivos y erróneos, por ejemplo, indicó: “en un rectángulo los lados son diferentes, unos son cortos y los otros largos”, “la base y la altura de un triángulo y cuadrilátero siempre son iguales, siempre van a tener la misma posición”, “en el trapecio y trapezoide no tienen todos sus lados paralelos, sólo un par”, o bien, refiriéndose a las diagonales del rombo indicó “este lado es más largo y esta parte más corta”. En cuanto a los conceptos (I8), ambas docentes

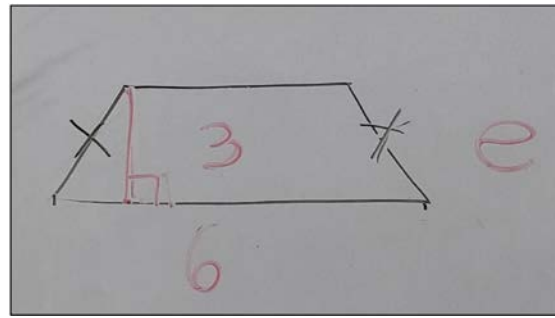


Figura 9. *Representación Trapezoide rectángulo.*
 Fuente: fotografía tomada durante la observación.

propusieron definiciones contempladas en el libro, pero, de forma diferente. No obstante, algunas de las definiciones proporcionadas pueden ser incorrectas o confusas. Por ejemplo; la D.E. afirma que “el rombo es como un cuadrado pero inclinado” y “el trapecio tiene mínimo un lado paralelo”, la forma de referir a dichos cuadriláteros difiere de las definiciones del libro que indica: el rombo “tiene 4 lados y ángulos iguales 2 a 2” y el trapecio “sólo tiene dos lados paralelos” (código QR).

La D.N. define los cuadriláteros como “figuras que tienen 4 lados, y 4 vértices”, romboide como “tiene lados opuestos paralelos y ángulos opuestos no rectos” y al trapezoide como “no tiene lados paralelos, ni de igual medida”. En el caso del romboide no se indica si son ambos pares de lados opuestos paralelos, ni se refiere a la medida de sus lados o ángulos, como lo hace el autor del libro “romboide: lados y ángulos iguales dos a dos”; por otro lado, en el caso del trapezoide restringe la posibilidad de considerar trapezoides simétricos, aspecto que en el libro no se hace “trapezoides: los lados no son paralelos”. En cuanto a la definición de cuadrilátero, se debería especificar que los lados solo se intersectan en sus extremos, la definición al igual que la del libro “cuadrilátero: figura plana formada por cuatro lados” (p. 113) es incompleta.



En general, podemos afirmar que los conflictos, faltantes y debilidades del libro, explicados antes (Tabla 6), fueron, en su mayoría, realmente transmitidos a los niños. En efecto, en todas las idoneidades, a excepción de la ecológica y solo en el caso de la docente experta, las docentes obtuvieron un nivel de idoneidad inferior a los niveles del libro. Particularmente las docentes no corrigieron ninguna situación problema, tampoco presentaron de forma correcta y completa el concepto de cuadrilátero y de trapecio, lo que muestra, incluso, dificultades mayores para definir correctamente otros conceptos. Además, no refirieron al significado de las marcas de congruencia (p. 115), no aclararon que la ubicación del nombre dentro de la figura no representa área. En cuanto a las carencias o faltantes, se evidencia que cuando algún contenido no se consideró en el libro, este no se abordó por las docentes, a pesar de considerarse en las disposiciones curriculares.

Conclusiones

En este estudio, en primer lugar, se analizó el nivel de idoneidad didáctica del proceso instruccional pautado en un libro para abordar cuadriláteros en primaria. Una contribución corresponde a la elaboración de una guía para analizar procesos instruccionales sobre cuadriláteros. Se obtuvo que el libro presentó más debilidades que fortalezas en las diferentes idoneidades, aunque son más frecuentes en lo epistémico, y que el proceso pautado para abordar los cuadriláteros tiene un nivel de idoneidad media. Dadas las debilidades y errores matemáticos encontrados, resulta relevante que los usuarios hagan un uso crítico de este recurso (Nicol y Crespo, 2006; Kong y Shi, 2009).

En segundo lugar, se analizó la idoneidad de los procesos instruccionales de ambas docentes, con el fin de comparar este nivel con el del libro. En general, el nivel de idoneidad del proceso instruccional de la D.N. fue menor que el libro y ligeramente mayor que la D.E. Además, las acciones que fueron determinantes para que la D.N. obtuviera un mejor resultado fueron que sí evaluó los contenidos utilizando los recursos del libro, mientras que la D.E. no los asignó como evaluación.

En tercer lugar, se examinaron las acciones llevadas a cabo por las docentes que resultaron oportunas o no para mejorar la calidad del proceso pautado en el libro, se resalta que ambas docentes reforzaron los conocimientos previos necesarios, en la mayoría de las lecciones y justificaron algunas proposiciones.

No obstante, ambas docentes cometieron errores adicionales a los presentes en el libro, también varias debilidades del libro se reflejaron en los procesos instruccionales reales, conllevando a que los alumnos cometieran errores matemáticos. Por ende, existe una influencia real del contenido del libro en los procesos instruccionales en donde este recurso se usó. Además, las docentes pueden necesitar ayuda para reconocer los errores y debilidades de este, y saber cómo usar el recurso de modo crítico.

Reconocemos que este estudio tiene limitaciones, pues los hallazgos no deben generalizarse en exceso. Sin embargo, nuestro estudio se centra en 6 dimensiones claves de la instrucción en el aula y examina lo que sucede durante un proceso real de instrucción en el que se usa un libro como recurso didáctico. Asimismo, los indicadores que conforman la guía de análisis pueden ser útiles en promover un uso crítico del libro.



Financiamiento

Universidad de Costa Rica, Costa Rica. C3198. Pry01-1864-2023.

Agradecimiento

Al Centro de Investigación en Matemática y Meta-matemática de la Universidad de Costa Rica.

Consentimiento informado

Los participantes fueron informados y se utilizó el formulario para el consentimiento informado basado en la ley N° 9234 “LEY REGULADORA DE INVESTIGACIÓN BIOMÉDICA” y el “REGLAMENTO ÉTICO CIENTÍFICO DE LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA PARA LAS INVESTIGACIONES EN LAS QUE PARTICIPAN SERES HUMANOS”.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener algún conflicto de interés.

Declaración de la contribución de los autores

Todos los autores afirmamos que se leyó y aprobó la versión final de este artículo. Los roles de los autores según CRediT fue: M. J. C. C.: conceptualización, metodología, curación de datos, análisis formal, redacción, borrador original, investigación. J. D. V. G.: investigación, revisión y edición.

El porcentaje total de contribución de este artículo fue el siguiente: M. J. C. C. 70 %, J. D. V. G. 30 % .

Declaración de disponibilidad de los datos

Los datos que respaldan los resultados de este estudio serán puestos a disposición por el autor correspondiente [M. J. C. C.], previa solicitud razonable.

Preprint

Una versión Preprint de este artículo fue depositada en: <https://doi.org/10.5281/zenodo.13321602>

Referencias

- Arnal-Bailera, A. y Lancis, A. (2016). Análisis de progresos y dificultades en tareas de identificación del rombo en Educación primaria con GeoGebra. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *Números*, 92, 105-116.
- Asociación libros para todos. (2023). *Matemática 4*. Libros para todos.
- Barrantes, M. y Barrantes, M. C. (2020). *Geometría ¡prohibido no tocar!* Universidad de Extremadura, Servicio de Publicaciones.
- Barrantes M., y Zapata M. A. (2008). Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas. *Campo Abierto, revista de Educación*, 27(1), 55-71.
- Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2019). Experimento de enseñanza como una aproximación metodológica a la investigación en Educación Matemática. *Uni-pluriversidad*, 19(2), 103-123. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.07>
- Berrerra, A. y Gonzáles, C. (2016). Los cuadriláteros en el libro oficial de educación primaria: del “Saber sabio” al “Saber para enseñar”. *Rev. Prod. Disc. Educ. Matem.*, 5(1/2), 18-29.
- Beyer, C. J. y Davis, E. A. (2012). Learning to critique and adapt science curriculum materials: Examining the development of preservice elementary teachers’ pedagogical content knowledge. *Science Education*, 96(1), 130-157. <https://doi.org/10.1002/sce.20466>



- Breda, A., Font, V., y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la didáctica de las matemáticas: El caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema*, 32(60), 255-278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Brown, M. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. En J. T. Remillard, B. Herbel-Eisenmann, y G. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17-36). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203884645-11>
- Brunheira, L., y Ponte, J. P. (2019). From the classification of quadrilaterals to the classification of prisms: An experiment with prospective teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, 53, 65-80. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2018.06.004>
- Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Montes, M.A., Escudero, D. I. y Flores, E. (2016). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros de Educación Primaria*. Ediciones Paraninfo.
- Castillo, M. J., Burgos, M. y Godino, J. D. (2022). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la idoneidad didáctica. *Educação e Pesquisa*, 48, e238787. <https://doi.org/10.1590/s1678-4634202248238787esp>
- Chen, W., Ding, M. (2018). Transition from Textbook to Classroom Instruction in Mathematics: The Case of an Expert Chinese Teacher. *Front Educ China* 13, 601-632. <https://doi.org/10.1007/s11516-018-0031-z>
- Creswell, J.W. (2014). *Research Design. Qualitative, quantitative and mixed methods approaches* (4a ed.). Sage. <https://doi.org/10.5539/elt.v12n5p40>
- De Villiers, M. (2010). Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 12(3), 400-431.
- De Villiers, M., Govender, R. y Patterson, N. (2009). Defining in geometry. En T.V. Craine y R. Rubenstein (Eds.), *Understanding geometry for a changing world, Seventy-first Yearbook*, (pp. 189-203). Reston: The National Council of Teachers in Mathematics.
- Delgado, B. y Gómez, D. (2017). *Diseño, implementación y evaluación de una unidad didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros a estudiantes de grado 6° de la Institución Educativa Técnica Ciudad de Cali*. [Tesis de Maestría]. Universidad ICESI.
- Drake, C. y Sherin, M. (2009). Developing curriculum vision and trust: Changes in teachers' curriculum strategies. En J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann and G. M. Lloyd (eds), *Mathematics Teachers at Work: Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction* (pp. 321-337). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203884645-34>
- Fernández, T. (2013). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 19-42). SEIEM.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162. <https://doi.org/10.1007/BF01273689>
- Fujita, T. (2008). Learners' understanding of the hierarchical classification of quadrilaterals. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 28(2), 31-36.
- Fujita, T. (2012). Learners' level of understanding of the inclusion relations of quadrilaterals and prototype phenomenon. *Journal of Mathematical Behavior*, 31, 60-72. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.08.003>
- Fujita, T. y Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: *Towards a theoretical framing*. *Research in Mathematics Education*, 9(1 and 2), 3-20. <https://doi.org/10.1080/14794800008520167>
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 11, 111-132. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/14720>
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 39, 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. y Ruíz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Grupo Edumat, Universidad de Granada. https://www.researchgate.net/publication/282325712_Geometr%27ia_y_su_didactica_para_maestros



- Guillén, G. (2005). Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos. *Educación matemática*, 17(2), 117-152. <https://doi.org/10.24844/EM1702.05>
- Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (2012). Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 32(2), 55-70. <https://doi.org/10.17227/ted.num32-1859>
- Herbst, P., González, G. y Macke, M. (2005). How Can Geometry Students Understand What It Means to Define in Mathematics? *The Mathematics Educator*, 15(2), 17-24. <https://doi.org/10.63301/tme.v15i2.1890>
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in Geometry—Two Sides of the Coin. *Focus on learning problems in mathematics*, 11(1), 61-76.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. En P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds). *Mathematics and cognition: A research synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 70-95). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139013499.006>
- Kobiela, M., y Lehrer, R. (2015). The codevelopment of mathematical concepts and the practice of defining. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(4), 423-454. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.46.4.0423>
- Kong, F., y Shi, N. (2009). Process analysis and level measurement of textbooks use by teachers. *Frontiers of Education in China*, 4(2), 268-285. <https://doi.org/10.1007/s11516-009-0014-1>
- León, J. (2011). *Estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria*. [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas]. Cienfuegos: Universidad de Ciencias Pedagógicas: “Conrado Benítez García”.
- León, J., y Barcia, R. (2016). *Didáctica de la geometría para la escuela primaria*. https://www.researchgate.net/publication/324896297_Didactica_de_la_geometria_para_la_escuela_primaria/citations
- MEP. (2012). Programas de estudio de Matemáticas. Ministerio de Educación Pública. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programa-deestudio/programas/matematica.pdf>
- Moise, E. y Downs, F. (1996). *Geometría moderna*. Addison-Wesley.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children views of the difference between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196. <https://doi.org/10.1023/A:1004175020394>
- Moriena, S. y Scaglia, S. (2003). Efectos de las representaciones gráficas estereotipadas en la enseñanza de la geometría. *Educación Matemática*, 15(1), 5-19. <https://doi.org/10.24844/EM1501.1>
- Muñoz-Catalán, M., Montes, M., Climent, N., Contreras, L. Aguilar, A. (2013). *La clasificación de las figuras planas en primaria: Una visión de progresión entre etapas y ciclos*. Copiadoras Bonanza, S.L.
- Nicol, C. y Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 331-355. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-5423-y>
- Ortega, T., y Pecharromán, C. (2015). Aprendizaje de conceptos geométricos a través de visualizaciones. *Avances De Investigación En Educación Matemática*, (7), 95-117. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i7.84>
- Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246. <https://doi.org/10.3102/00346543075002211>
- Rezat, S. (2012). Interactions of teachers' and students' use of mathematics textbooks. En G. Gueudet, B. Pepin, L. Trouche (Eds.), *From Text to 'Lived' Resources Mathematics Teacher Education* (Vol. 7, pp. 231-245). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-1966-8_12
- Sáenz-Ludlow, A. y Athanasopoulou, A. (2008). The GSP, as a technical-symbolic tool, mediating both geometric conceptualizations and communication. En L. Radford, G. Schubring y F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education. Epistemology, history, classroom and culture* (pp. 195-214). Sense Publishers. https://doi.org/10.1163/9789087905972_012
- Segade, E. (2022). *El desarrollo de la imagen conceptual del triángulo en el alumnado de Educación Primaria utilizando GeoGebra*. [Tesis doctoral]. Universidad Da Coruña, España. <http://hdl.handle.net/2183/31191>



- Sinclair, N., Bartolini Bussi, M. G., de Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A. y Owens, K. (2016). Recent research on geometry education: An ICME-13 survey team report. *ZDM*, 48(5), 691-719. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0796-6>
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Taylor. (2013). Replacing the 'teacher-proof' curriculum with the 'curriculum-proof' teacher: Toward more effective interactions with mathematics textbooks. *Journal of Curriculum Studies*, 45(3), 295-321. <https://doi.org/10.1080/00220272.2012.710253>
- Thompson, D. (2014). Reasoning-and-proving in the written curriculum: Lessons and implications for teachers, curriculum designers, and researchers. *International Journal of Educational Research*, 64, 141-148. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.09.013>
- Törnroos, J. (2005). Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. *Studies in Educational Evaluation*, 31(4), 315-327. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2005.11.005>
- Tsamir, P., Tirosh, D. y Levenson, E. (2008). Entuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9133-5>
- Usiskin, Z., Griffin, J., Witonsky, D. y Willmore, E. (2008). *The classification of quadrilaterals: A study in definition*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. Academic Press.
- Walcott, C., Mohr, D. y Kastberg, S. E. (2009). Making sense of shape: An analysis of children's written responses. *The Journal of Mathematical Behavior*, 28(1), 30-40. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2009.04.001>



Idoneidad didáctica del proceso instruccional sobre cuadriláteros en un libro e implementado por docentes de primaria (María José Castillo Céspedes • José David Vargas Gamboa)

Uniciencia is protected by [Attribution-NonCommercial-NoDerivs 3.0 Unported](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/)
(CC BY-NC-ND 3.0)