

# Modelación del proceso de secado de productos agroindustriales

## Modeling of the drying process of agro industrial products

Bruno Chinè-Polito<sup>1</sup>

---

*Fecha de recepción: 25 de mayo del 2015*

*Fecha de aprobación: 18 de setiembre del 2015*

Chinè-Polito, B. Modelación del proceso de secado de productos agroindustriales. *Tecnología en Marcha*. Vol. 29, Nº 1, Enero-Marzo. Pág 62-73.

---

<sup>1</sup> PhD, MSc. Instituto Tecnológico de Costa Rica, Escuela de Ciencia e Ingeniería de Materiales. Teléfono: (506)2550-2373. Correo electrónico: bchine@itcr.ac.cr

## Palabras clave

Modelación; secado; transferencia de calor y masa; métodos computacionales.

## Resumen

El secado es uno de los métodos más importantes para la preservación de los bienes agrícolas, tales como granos de cereales, café, productos comestibles y la madera. El comportamiento del material durante el secado depende de la transferencia de calor y masa en el producto sometido al proceso. En este trabajo se presenta un modelo físico y computacional del proceso de secado basado en los fenómenos de transporte de calor y humedad en medios porosos, a partir de las ecuaciones de Fourier para la conducción del calor y de Fick para la transferencia de masa. El modelo considera los trabajos de Luikov (1975) y Sokhansanj y Bruce (1987), este último con acoplamiento del transporte difusivo de masa y calor a través de una condición de borde en la superficie del grano. Las ecuaciones del modelo se desarrollan en computadora usando el método de volúmenes finitos, y las soluciones numéricas se comparan con datos experimentales y numéricos disponibles en la literatura para el caso del secado de los granos de soya. Los valores de los campos de humedad y temperatura en el interior del grano, calculados con un esquema implícito de volúmenes finitos, concuerdan con los de otros autores. En el caso del cálculo de los valores de temperatura usando las ecuaciones de Sokhansanj y Bruce, los resultados numéricos en los tiempos iniciales del proceso de secado difieren de los valores calculados con el modelo de Luikov, debido a la modelación de la evaporación de la humedad en el borde del grano.

## Keywords

Modeling; drying; heat and mass transfer; computational methods.

## Abstract

Drying is one of the most fundamental methods to preserve agricultural products, such as cereal beans, coffee, food and wood. The behavior of the material during drying operations depends on heat and mass transfer mechanisms interesting the product under drying processes. In this work we give a physical and computational model of the drying process, based on heat and moisture transport phenomena in porous media. The model is obtained from the Fourier's law of heat conduction and Fick's law of mass transfer and it is based on Luikov's (1975) and Sokhansanj and Bruce's (1987) works, the latter coupling heat and mass transport by means of a boundary condition on the grain surface. The equations are computationally developed using the finite volume method and the numerical solutions are compared with experimental and numerical literature data for soybean grains drying. The values of the moisture and temperature fields inside the grain, calculated by using an implicit finite volume scheme, agree with the literature data. However, the numerical results of temperature obtained by solving the Sokhansanj and Bruce's equations differ from the values computed with the Luikov's model, due to the modeling of moisture evaporation mechanisms on the grain boundaries.

## Introducción

El secado es uno de los métodos más importantes para la preservación de los productos agrícolas, como, por ejemplo, los granos de cereales, café, los productos comestibles y la madera. El comportamiento del material durante el secado depende de la transferencia de

calor y masa en el producto sometido a este proceso. Por lo tanto, es fundamental conocer la distribución de temperatura y humedad en el sistema cuando se requiere diseñar procesos y equipos, así como también para controlar la calidad y la selección de las operaciones de manejo y almacenamiento de estos productos. Para el proceso físico del secado industrial de granos, o en general de elementos granulares, se consideran dos fenómenos fundamentales: i) la humedad del grano se evapora y sucesivamente se difunde fuera del *kernel* o del conjunto de granos; ii) la energía necesaria para la evaporación de la humedad fluye en dirección opuesta a la difusión y causa que la masa húmeda cambie del estado líquido al gaseoso. La resultante de estos dos procesos brinda así las características cinéticas del proceso de secado; los dos fenómenos de transporte que ocurren son la transferencia de calor y el transporte de masa. Las fuerzas motoras que causan el transporte y aquellas que provocan la resistencia a este movimiento determinan la velocidad del secado. Normalmente, en el proceso de secado se puede asumir que los granos forman un medio poroso con los poros con comportamiento capilar, es decir, el potencial capilar es más grande que el potencial gravitacional, pudiéndose despreciar así las fuerzas gravitacionales.

Para el fenómeno de transporte de calor y masa en un medio poroso capilar, Luikov (1975) propone un modelo fenomenológico basado en un sistema de ecuaciones de difusión de calor y masa acopladas, que considera los efectos del gradiente de temperatura sobre el transporte de la masa húmeda. Sanderson (1986), en cambio, considera un modelo de un lecho de material granular poroso e higroscópico con un flujo de aire uniforme y en el lecho tres zonas distintas con temperatura y humedad relativa constantes. Un modelo más simple es el de secado de granos en capas delgadas, con espesores de capa del orden del tamaño del grano, de tal manera que todos los granos son sujetos a las mismas condiciones de secado por aire. En este caso, un trabajo muy relevante se debe a Sokhansanj y Bruce (1987), que usan las ecuaciones de transporte difusivo y una condición de borde que acopla el contenido de humedad y la temperatura.

Para la modelación computacional del proceso de secado existen varios trabajos científicos publicados (véase, por ejemplo, la revisión de Parry, 1985). Aplicando el modelo de Luikov, Liu y Cheng (1991) describen el secado de un bloque de madera usando la función *potencial de humedad U* y ecuaciones diferenciales en una sola variable. Irudayaraj et al. (1992) usan dos modelos diferentes, el de Luikov y el de Sokhansanj y Bruce e incorporan algunas correlaciones para representar el cambio de algunos parámetros físicos en función de la temperatura  $T$  y del contenido de humedad  $M$ . Comparando los resultados numéricos de  $T$  y  $M$  con valores experimentales y computacionales de literatura para el proceso de secado de soya, maíz y cebada, los autores concluyen que las predicciones del modelo de Sokhansanj y Bruce son más eficaces que las del modelo de Luikov. Yang et al. (2002) aplican el método de los elementos finitos para predecir los valores de  $M$  en el interior de granos de arroz. El modelo de Yang et al. analiza el calor perdido por la evaporación del agua en la superficie de los granos y usa una ecuación similar a la de Sokhansanj y Bruce, incluyendo otras dos ecuaciones diferenciales de transporte.

Otra solución analítica del modelo de Luikov la obtienen los investigadores Kulasiri y Woodhead (2005), que estudian el proceso de secado de la madera de la especie *Pinus radiata*, usando una técnica de resolución para el caso unidimensional, basada en el método de los valores propios y funciones propias. Para el secado de granos de café pergamino, Ciro-Velásquez et al. (2010) utilizan el modelo de Sokhansanj y Bruce y aplican el método de volúmenes finitos para el transporte de masa y calor, en régimen transitorio, en un grano esférico de radio equivalente. Los autores encuentran que las predicciones de humedad del modelo son muy sensibles al coeficiente de masa convectivo, que es del orden de  $10^{-7}$  m/s. Khatchatourian (2012) aplica el modelo de Luikov al secado de granos de soya en capas delgadas y considera

la variación radial del coeficiente de transporte, usando dos coeficientes de difusión distintos para dos regiones esféricas del grano. Silva et al. (2013) extienden las ecuaciones de Luikov mediante una generalización de las ecuaciones de transporte difusivo y consideran un proceso no Markoviano con difusión anómala, obteniendo soluciones analíticas de  $M$  y  $T$  para un caso unidimensional. Más recientemente, para estudiar la eficiencia energética del proceso de secado, Golmohammadi et al. (2015) desarrollan un modelo basado en la ley de difusión de Fick para calcular la distribución de humedad en granos esféricos de arroz con cáscara.

Un aspecto de la modelación del proceso de secado se relaciona con los valores de los parámetros físicos de las ecuaciones de transporte. En el caso de la transferencia difusiva de calor en arroz, Yang et al. (2002) usan una correlación cuadrática de la conductividad térmica  $k$  como función de  $M$ . Irudayaraj et al. (1992) emplean valores iguales respectivamente a 0.10 W/(m K) para la soya, 0.15÷0.24 W/(m K) para el maíz y una función lineal creciente con  $M$  en el caso de la cebada, siendo  $k$  siempre inferior a 1 W/(m K). Para el coeficiente de transferencia de calor convectivo  $h$ , Irudayaraj et al. usan valores iguales respectivamente a 60 W/(m<sup>2</sup> K) para la soya, 56.7 W/(m<sup>2</sup> K) para el maíz y en el caso de la cebada un valor de 110 W/(m<sup>2</sup> K). Por otro lado, Yang et al. (2002) usan una correlación donde  $h$  se relaciona a la velocidad de la corriente de aire mediante una función de potencias.

Una propiedad que depende de  $k$  y del calor específico  $c$  es el coeficiente de difusión térmica o difusividad térmica  $a$ , el cual es pequeño en estos tipos de productos. Por ejemplo, usando densidades  $\rho$  para soya y maíz de 1180 kg/m<sup>3</sup> y 1275 kg/m<sup>3</sup>, respectivamente, se obtendrán valores de  $a$  del orden de 10<sup>-8</sup> m<sup>2</sup>/s. En cambio, los fenómenos asociados a la transferencia de masa son controlados por el coeficiente de difusión de masa del material  $a_m$  que depende fuertemente de  $T$ . Existen diversas ecuaciones que representan esta dependencia, entre otras la de Arrhenius y la de Stokes- Einstein. En el caso del secado de trigo, Sokhansanj y Cenkowsky (1987) brindan valores de  $a_m$  mediante una función de  $T$  y  $M$  donde  $a_m$  aumenta con  $T$  y presenta un valor máximo con un valor determinado de  $M$ , variando entre 5x10<sup>-12</sup> m<sup>2</sup>/s y 50x10<sup>-12</sup> m<sup>2</sup>/s. En el caso del secado de arroz, Yang et al. (2002) usan una expresión tipo Arrhenius, con coeficientes diferentes para las regiones del casco, salvado y endospermo; lo mismo que Golmohammadi et al. (2015) para el secado de arroz con cáscara. Para la transferencia de masa convectiva, Yang et al. emplean un coeficiente de transferencia de masa convectivo  $h_m$  como función tipo potencia de la velocidad de la corriente de aire, y Ciro-Velásquez et al. (2010) consideran un valor constante. Finalmente, otro parámetro de los modelos del proceso de secado es el coeficiente de gradiente térmico  $\delta$ , que se define como la relación entre el gradiente  $\nabla M$  y el gradiente  $\nabla T$  en estado estacionario y en ausencia de transferencia de masa. Como ejemplo para el secado de granos de cereal, Irudayaraj et al. (1992) usan valores de  $\delta$  en el rango 0.01 ÷ 0.03 [1/K].

## Modelación físico-matemática del proceso de secado de granos

Las ecuaciones del modelo físico matemático del presente trabajo se basan en la teoría del proceso de secado desarrollada por el ruso Luikov (1975) y en el trabajo de Sokhansanj y Bruce (1987). En el trabajo pionero de Luikov las hipótesis consideradas son:

- el agua (en su fase líquida y vapor) y el aire llenan completamente los poros del cuerpo capilar poroso;
- el flujo de masa en el cuerpo es extremadamente lento, así que la temperatura de los fluidos intersticiales y de la matriz porosa son localmente iguales, es decir, existe un equilibrio termodinámico;
- en la transición de fase participan solamente el líquido y el vapor;

- no hay reacciones químicas en el medio;
- la masa de aire y la masa de vapor de agua son despreciables con respecto a la masa de agua líquida dentro de los poros;
- las variaciones de volumen y porosidad del cuerpo provocadas por cambios en la humedad son despreciables;
- el medio se considera isotrópico.

De manera sucesiva se considera un proceso difusivo puro y difusión de humedad, debido simultáneamente a los gradientes de humedad y temperatura, con flujo de calor  $q$  [W/m<sup>2</sup>] y flujo de masa de la fase  $i$   $J_i$  [kg/(m<sup>2</sup> s)], donde  $i = 0$  se refiere al cuerpo seco,  $i = 1$  al vapor de agua e  $i = 2$  al agua líquida. Luego las ecuaciones del transporte de energía y masa son:

$$\rho_0 c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + \varepsilon \lambda \rho_0 \frac{\partial M}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (a_m \nabla M + a_m \delta \nabla T) \quad (2)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad del cuerpo seco,  $T$  [°C] la temperatura y  $M$  [kg/kg cuerpo seco] es el contenido de masa (humedad), definido como la concentración de agua relativa:

$$M = \frac{\sum_{i=1}^2 m_i}{m_0} = \sum_{i=1}^2 M_i \quad (3)$$

Aquí  $m_i$  [kg] y  $M_i$  [kg/kg cuerpo seco] son, respectivamente, la masa y el contenido de masa de la fase  $i$ . Con  $\lambda$  [J/kg] se expresa el calor latente de evaporación y con  $c$  [J/kg °C] el calor específico reducido:

$$c = c_0 + \sum_{i=1}^2 c_i M_i \quad (4)$$

donde  $c_i$  es el calor específico de la fase  $i$ . Finalmente,  $\varepsilon$  representa la cantidad de cambio de fase ( $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ), siendo que:  $\varepsilon = 0$  implica que no ocurre cambio de fase en el medio poroso, la humedad se transporta como líquido y el cambio de fase se realiza en la superficie del medio poroso;  $\varepsilon = 1$  significa que todo el líquido cambia de fase y la humedad se transporta como vapor en el medio. Las ecuaciones 1 y 2, con apropiadas condiciones iniciales y de borde, constituyen el modelo matemático de Luikov para el análisis de la transferencia simultánea no estacionaria de masa y calor en un medio poroso de volumen  $\Omega$  y frontera  $\partial\Omega$ . Si se usa el potencial de humedad  $U$  [°M], siendo  $M = c_m U$ , se tiene:

$$\rho_0 c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ \left( k + \frac{\delta \varepsilon \lambda D}{c_m} \right) \nabla T + \left( \frac{\varepsilon \lambda D}{c_m} \right) \nabla U \right] \quad (5)$$

$$\rho_0 \frac{\partial U}{\partial t} = \nabla \cdot \left[ \left( \frac{D \delta}{c_m} \right) \nabla T + \left( \frac{D}{c_m} \right) \nabla U \right] \quad (6)$$

en términos de  $T$  y de  $U$ , donde  $c_m$  [kg/kg cuerpo seco] es la capacidad de humedad específica y  $D$  [kg/(m s)] es la conductividad de la humedad en el medio. Los modelos anteriores se completan con las siguientes condiciones iniciales y de borde:

$$T = T_0, U = U_0 \text{ para } t = 0 \text{ en } \Omega \quad (7)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} + h (T_\infty - T) + (1 - \varepsilon) \frac{\lambda h_m}{c_m} (U_\infty - U) = 0 \text{ en } \partial\Omega, \text{ todo } t \quad (8)$$

$$-D \frac{\partial U}{\partial r} - D\delta \frac{\partial T}{\partial r} + h_m (U_\infty - U) = 0 \text{ en } \partial\Omega, \text{ todo } t \quad (9)$$

Aquí  $T_\infty$  y  $U_\infty$  representan la temperatura constante y el potencial constante del ambiente externo, respectivamente. Si las difusiones de calor y masa son desacopladas, las ecuaciones 1 y 2 se simplifican en la ley de Fourier y la segunda ley de Fick, es decir:

$$\rho_0 c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) \quad (10)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (a_m \nabla M) \quad (11)$$

Las condiciones iniciales para  $T$  y  $M$  y las condiciones de borde para los flujos de masa y calor en la frontera  $\partial\Omega$  de dirección normal  $n$  son ahora:

$$T = T_0, M = M_0 \text{ para } t = 0 \text{ en } \Omega \quad (12)$$

$$-a_m \frac{\partial M}{\partial n} = h_m (M - M_\infty) \text{ en } \partial\Omega, \text{ todo } t \quad (13)$$

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h (T - T_\infty) \text{ en } \partial\Omega, \text{ todo } t \quad (14)$$

El modelo del secado propuesto en este trabajo incorpora además las ecuaciones de Sokhansanj y Bruce, representadas por las ecuaciones 10 y 11, con mecanismos de transporte acoplados mediante una condición de borde en la ecuación de Fourier. Con este propósito, se introduce el flujo de calor necesario para la evaporación del agua en la superficie de grano o conjunto de granos de volumen  $V$  y área exterior  $A$ . Luego, si  $c_v$  es el calor específico a volumen constante, la condición de balance de energía térmica en la frontera es:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = h (T - T_\infty) + \rho_0 \frac{V}{A} [\lambda + c_v (T_\infty - T)] \frac{\partial M}{\partial t} \text{ en } \partial\Omega, \text{ todo } t \quad (15)$$

### Modelo computacional

En el trabajo de modelación computacional se consideran las ecuaciones diferenciales de Luikov (ecuaciones 5-9) definidas como *modelo 1* y las de Sokhansanj y Bruce (ecuaciones 10-13 y 15) que representan el *modelo 2*. Para la solución numérica se usa el método de volúmenes finitos, técnica computacional muy robusta y de alto nivel. Como las ecuaciones de

ambos modelos describen el fenómeno de difusión en ausencia de transporte convectivo, la ecuación diferencial general de transporte en coordenadas cartesianas  $x, y, z$  es:

$$\frac{\partial(\alpha\phi)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial z} \right) + S \quad (16)$$

donde  $\phi$  es la variable dependiente,  $\alpha$  y  $\Gamma$  magnitudes que pueden variar en el tiempo y en el espacio y  $S$  un término fuente o sumidero. Dividiendo la región de cálculo  $\Omega$  en elementos discretos de volúmenes  $V$  (figura 1), la ecuación 16 se integra en el tiempo y en el espacio, obteniéndose:

$$\int_{V,t} \frac{\partial(\alpha\phi)}{\partial t} dVdt = \int_{V,t} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial x} \right) dVdt + \int_{V,t} \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial y} \right) dVdt + \int_{V,t} \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial z} \right) dVdt + \int_{V,t} S dVdt \quad (17)$$

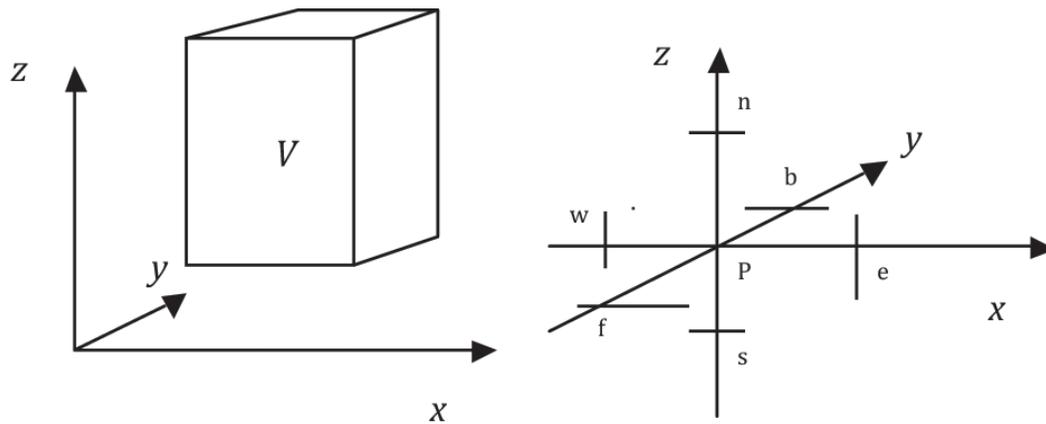
Definiendo  $P$  el punto central del volumen finito y  $e, w, f, b, n$  y  $s$  las intersecciones del volumen, respectivamente con los ejes  $x, y$  y  $z$  como se indica en figura 1, la integración de la ecuación 17 en el volumen finito  $V$  y en el intervalo de tiempo  $\Delta t$  brinda:

$$\begin{aligned} (\alpha\phi|_{t+\Delta t} - \alpha\phi|_t) \Delta x \Delta y \Delta z &= \int_t^{t+\Delta t} \Delta y \Delta z \left( \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial x} \right) \Big|_e - \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial x} \right) \Big|_w \right) dt + \\ \int_t^{t+\Delta t} \Delta x \Delta z \left( \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial y} \right) \Big|_b - \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial y} \right) \Big|_f \right) dt &+ \int_t^{t+\Delta t} \Delta x \Delta y \left( \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial z} \right) \Big|_n - \left( \Gamma \frac{\partial(\phi)}{\partial z} \right) \Big|_s \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \Delta x \Delta y \Delta z S dt \end{aligned} \quad (18)$$

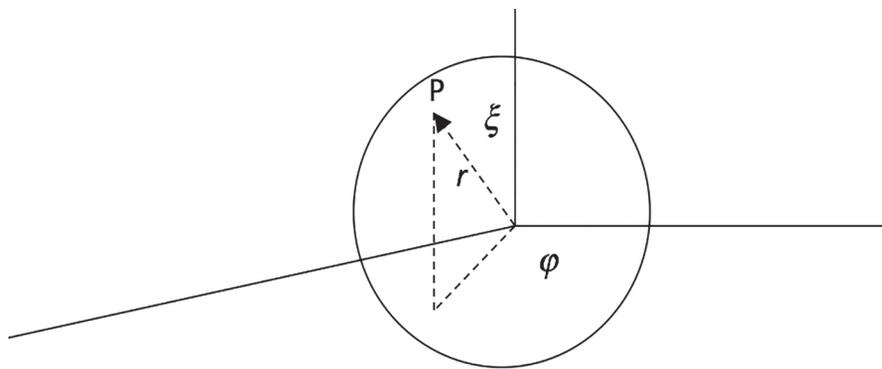
con  $\Delta x, \Delta y$  y  $\Delta z$  las longitudes del volumen finito respectivamente en las direcciones  $x, y$  y  $z$ . A partir de la ecuación 18, usando funciones de interpolación lineal, propiedades físicas constantes en el grano y formulación totalmente implícita para la integración en el tiempo, se obtiene una ecuación algebraica lineal para cada volumen finito de la región de cálculo  $\Omega$ . Los volúmenes finitos de frontera, es decir, los que forman  $\partial\Omega$ , introducen las condiciones de borde, a través de un valor puntual  $\phi_p$  o la derivada  $(\partial\phi/\partial n)_e$ . Considerando un grano genérico con geometría esférica (figura 2) de radio  $R$ , las derivadas de las ecuaciones diferenciales de tipo difusivo son nulas en las direcciones  $\xi$  y  $\varphi$  y las ecuaciones diferenciales presentan términos que son función solo de la coordenada  $r$ . Luego, existiendo simetría radial, el problema se estudia para  $0 \leq r \leq R$ . Adicionalmente a las condiciones de borde en la frontera del grano, se introducen las condiciones en  $r = 0$ , iguales en ambos modelos, siendo que por simetría se tiene:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial r} = 0, \quad \text{en } r = 0, \quad \text{todo } t \quad (19)$$

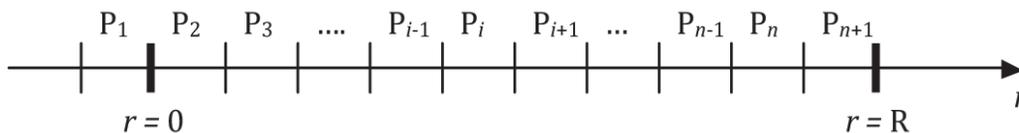
Dividiendo  $R$  en  $n$  intervalos de longitud  $\Delta r$  se obtienen  $n$  volúmenes finitos de centro  $P_p$ , como se indica en figura 3. De manera similar, para integrar las ecuaciones en el dominio de tiempo  $t$ , se consideran  $K$  subintervalos de magnitud  $\Delta t$ . Finalmente, los algoritmos del modelo computacional anterior se desarrollan en lenguaje de programación Fortran 95 (Lahey, 2002) y se obtienen las soluciones numéricas de las ecuaciones diferenciales del proceso de secado.



**Figura 1.** Volumen finito centrado en P e intersecciones con los ejes x, y, z.



**Figura 2.** Sistema de coordenadas esféricas usado en la modelación.



**Figura 3.** Volúmenes finitos en el grano.

### Resultados numéricos y análisis

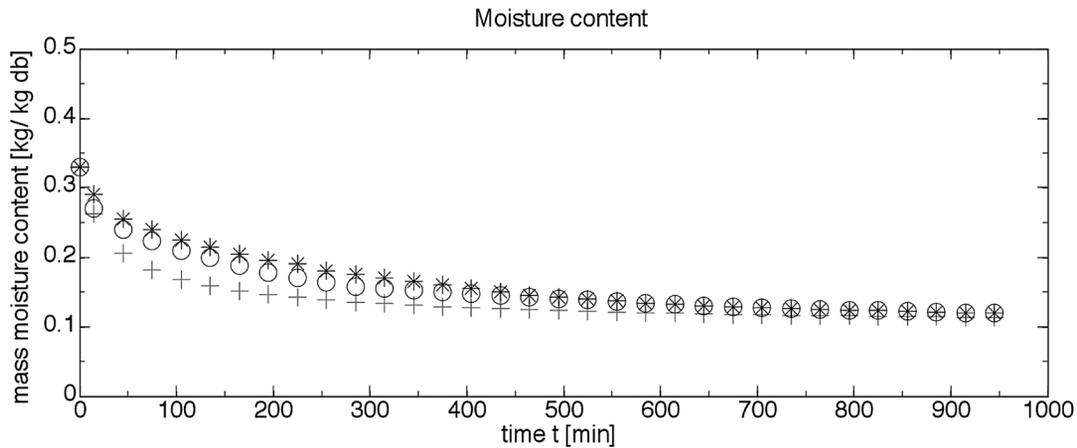
A continuación, se presentan los resultados de las simulaciones numéricas efectuadas en el caso de secado industrial de granos de soya, para los cuales se disponía de datos de literatura (cuadro 1, Irudayaraj et al., 1992). Los granos se consideran esféricos de radio  $R = 3.5$  mm, la malla de cálculo espacial consta de 10 volúmenes finitos iguales de longitud  $\Delta r = 0.35$  mm y la integración en el tiempo se realiza usando un intervalo  $\Delta t = 10$  s. En la figura. 4 se muestran los resultados numéricos de humedad  $M$  para  $r = R/2$ , obtenidos con el *modelo 2*. En este caso, el *modelo 1* brinda resultados similares, siendo posible identificar un *periodo de secado con tasa constante* para los tiempos iniciales y un *periodo de secado con tasa cayente* para los tiempos finales. Se observa que después de unos 900 minutos (15 horas),  $M$  es muy cercano al

**Cuadro 1.** Datos de Irudayaraj et al. (1992) usados para la simulación del secado de soya.

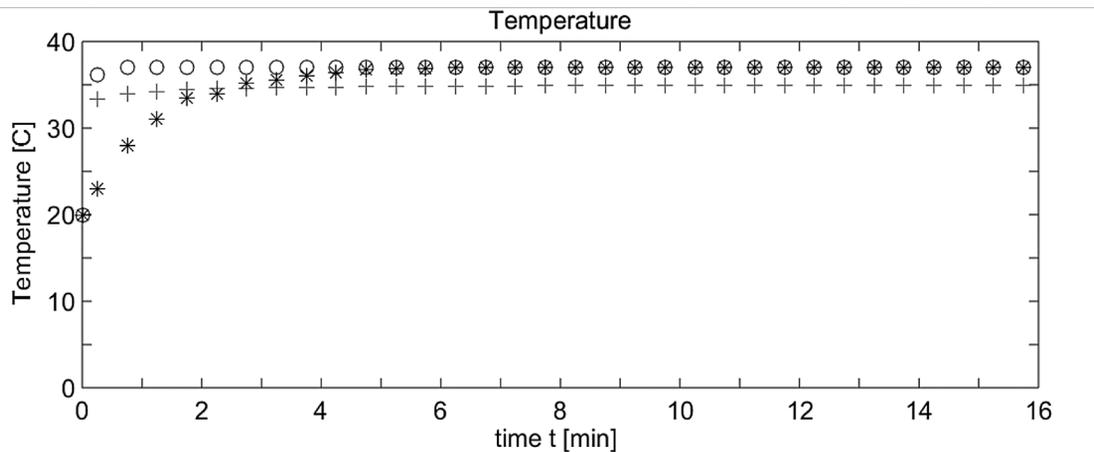
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	1180
$c$ [J/kg K]	1884
$k$ [W/m K]	0.10
$\delta$ [1/K]	0.015
$\epsilon$	0.7
$\lambda$ [J/kg]	$2.257 \times 10^6$
$D$ [kg/m s]	$2.478 \times 10^{-10}$
$a_m$ [m <sup>2</sup> /s]	$7.0 \times 10^{-11}$
$c_m$ [kg/kg cuerpo seco]	0.003
$h$ [W/m <sup>2</sup> K]	60
$h_m$ [m/s]	$0.282 \times 10^{-6}$
$T_\infty$ [°C]	35
$U_\infty$ [°M]	36.7
$M_\infty$ [kg/kg cuerpo seco]	0.11
$T_0$ [°C]	20
$U_0$ [°M]	110
$M_0$ [kg/kg cuerpo seco]	0.33
$R$ [m]	$3.5 \times 10^{-3}$
$n$	10
$\Delta r$ [m]	$3.5 \times 10^{-4}$
$\Delta t$ [s]	10

valor ambiental de equilibrio  $M_\infty = 0.11$ . En la misma figura 4 se trazan los valores experimentales del contenido medio de humedad de Overhults et al. (1973) y numéricos de Irudayaraj et al. (1992), en las mismas condiciones simuladas. Se evidencia como estos datos se comparan satisfactoriamente con los valores calculados en este trabajo, con excepción de la región con tasa constante. En la figura 5 se reportan solamente los valores de temperatura  $T$  para  $r = R/2$  obtenidos con el *modelo 1*, conjuntamente con los valores de temperatura media obtenidos por Irudayaraj et al. mediante los mismos modelos. Se observa que  $T$  aumenta rápidamente del valor inicial de 20 °C hasta el valor de equilibrio  $T_\infty$  de 35 °C, siguiendo un patrón similar al modelo 1 de Irudayaraj et al. En el caso de las simulaciones del *modelo 2*, que no se trazan, aunque la temperatura del grano converge velozmente a  $T_\infty$ , los resultados brindan valores de temperaturas muy bajos en los tiempos iniciales del proceso de secado. Esto se debe al acoplamiento de la difusión de masa y energía dado por la ecuación 15, donde en caso de fuerte evaporación se requiere que el calor necesario sea suplido por el mismo grano, disminuyendo el valor de  $T$ . En la figura 6 se proporciona el valor de  $M$  después de 960 minutos (16 horas) en el interior del grano para el caso del modelo 1, siendo que el modelo 2 arroja resultados muy

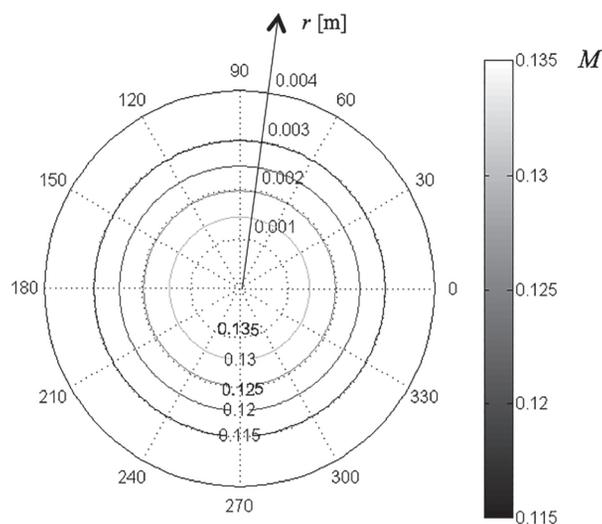
similares. El valor de  $M$  en el centro del grano ( $r=0$ ) es el mayor, aproximadamente igual a 0.140 kg/kg cuerpo seco, mientras que para radios mayores  $M$  disminuye hasta alcanzar un valor en la periferia ( $r=R$ ) próximo al valor ambiental  $M_\infty$  de 0.11 kg/kg cuerpo seco. Finalmente, en la figura 7 se presentan los valores de temperatura en el interior del grano para el caso del *modelo 2*, para un tiempo de 960 minutos, donde se evidencia que todo el grano está prácticamente en equilibrio con el aire a 35 °C.



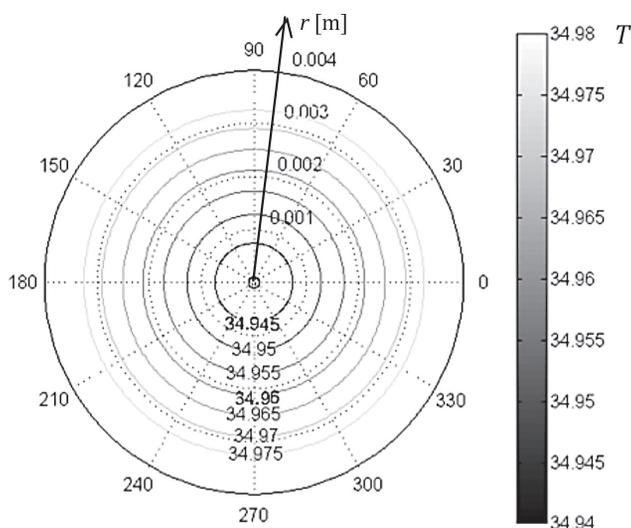
**Figura 4.** Resultados numéricos de  $M$  para  $r = R/2$  usando el *modelo 2*, comparados con datos experimentales y otros resultados numéricos del contenido medio de humedad (+ *modelo 2*, o datos experimentales de Overhults et al. (1973), \* datos numéricos de Irudayaraj et al. (1992).



**Figura 5.** Resultados numéricos de  $T$  para  $r = R/2$  usando el *modelo 1*, comparados con otros resultados numéricos de la temperatura media (+ *modelo 1*, o modelo 1 de Irudayaraj et al. (1992), \* modelo 2 de Irudayaraj et al. (1992).



**Figura 6.** Resultados numéricos de  $M$  en el grano después de 16 horas usando el *modelo 1*; los valores se brindan en [kg/kg cuerpo seco] en función del radio  $r$  [m] y del ángulo azimutal [grados].



**Figura 7.** Resultados numéricos de  $T$  en el grano después de 16 horas usando el *modelo 2*; los valores se brindan en  $^{\circ}\text{C}$  en función del radio  $r$  [m] y del ángulo azimutal [grados].

## Conclusiones

Se desarrolló un trabajo de modelación del proceso de secado industrial y una solución computacional en el caso del secado de granos de soya, mediante el método de volúmenes finitos. El modelo se basa en los trabajos del investigador ruso Luikov (1975) en el área de los fenómenos de transporte en medios porosos y de Sokhansanj y Bruce (1987), este último con acoplamiento del transporte difusivo de masa y calor a través de una condición de borde en la superficie del grano. Las soluciones numéricas del modelo computacional se compararon con datos experimentales y numéricos disponibles en la literatura científica, demostrándose que los resultados de los valores de masa y temperatura obtenidos con el método de volúmenes

finitos son satisfactorios, para ambos modelos desarrollados. En el caso de las ecuaciones de Sokhansanj y Bruce, los resultados numéricos de temperatura, en los tiempos iniciales del proceso de secado, se ven influenciados por la modelación de la evaporación de la humedad en el borde del grano.

## Agradecimientos

Se agradece a la Vicerrectoría de Investigación y Extensión y la Escuela de Ciencia e Ingeniería de Materiales del Instituto Tecnológico de Costa Rica, por la colaboración brindada en el marco del proyecto *Estudio de transferencia de masa y calor en procesos de secado de productos agroindustriales*, código 5402-1341-0801.

## Bibliografía

- Ciro-Velásquez, H.J., Abud Cano, L.C. & Pérez Alegría, L.R. (2010). Numerical simulation of thin layer coffee drying by control volumes. *Dyna*, 77(163), 270-278.
- Golmohammadi, M., Assar, M., Rajabi-Hamaneh, M. & Hashemi, S.J. (2015). Energy efficiency investigation of intermittent paddy rice dryer: Modeling and experimental study. *Food and Bioprocess Processing*, 94, 275-283.
- Irudayaraj, J., Haghghi, K. & Stroshine, R.L. (1992). Finite elements analysis of drying with application to cereal grains. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 53, 209-229.
- Khatchatourian, O.A. (2012). Experimental study and mathematical model for soya bean drying in thin layer. *Biosystems Engineering*, 113, 54-64.
- Kulasiri, D. & Woodhead, I. (2005). On modelling the drying of porous materials: analytical solution to coupled partial differential equations governing heat and moisture transfer. *Mathematical Problems in Engineering*, 3, 275-291.
- Lahey Computer Systems, Inc. (2002). *Fortran 95 PRO v.5.7*. Incline Village, NV, USA: Lahey Inc.
- Liu, J.Y. & Cheng, S. (1991). Solutions of Luikov equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34(7), 1747-1754.
- Luikov, A.V. (1975). Systems of differential equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies (review). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 18(1), 1-14.
- Overhults, D.G., White, G.M., Hamilton, H.E. & Ross I.J. (1973). Drying of soybeans with heated air. *Transactions of Am. Soc. for Agricultural Eng.*, 16(1), 112-113.
- Parry, J.L. (1985). Mathematical modelling and computer simulation of heat and mass transfer in agricultural grain drying. A review. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 32, 1-29.
- Sanderson, D.B. (1986). *Evaluation of stored grain ecosystems ventilated with near-ambient air*. MSc. Thesis, Dept. Agric. Eng., University of Manitoba, Winnipeg, MB.
- Silva, F.R.G.B., Gonçalves, G., Lenzi, M.K. & Lenzi, E.K. (2013). An extension of the linear Luikov systems equations of heat and mass transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 63, 233-238.
- Sokhansanj, S., Cenkowski, S. & Jayas, D.S. (1987). *Equipment and methods of thin-layer drying*. Winter Meeting of the Am. Soc. for Agricultural Eng., December 15-18, 1987, Chicago, IL, USA.
- Sokhansanj, S. & Bruce, D.M. (1987). *A conduction model to predict grain temperatures in grain drying simulation*. *Transactions of Am. Soc. for Agricultural Eng.*, 30(4), 1181-1184.
- Yang, W., Jia, C.C., Siebenmorgen, T.J., Howell, T.A. & Crossen, A.G. (2002). Intra-kernel moisture response of rice to drying and tempering treatments by finite element simulation. *Transactions of Am. Soc. for Agricultural Eng.*, 45(4), 1037-1044.