Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones 2013 **20**(1) : 49–60
cimpa – ucr issn: 1409-2433

ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS DE REGRESIÓN NO LINEAL MEDIANTE COLONIA DE ABEJAS ARTIFICIALES

PARAMETER ESTIMATION IN NONLINEAR REGRESSION USING ARTIFICIAL BEE COLONY

Sergio G. de-los-Cobos-Silva[*]
Miguel A. Gutiérrez-Andrade[†]
Eric A. Rincón-García[‡] Pedro Lara-Velázquez[§]
Manuel Aguilar-Cornejo[¶]

Received: 22/Feb/2012; Revised: 20/Sep/2012; Accepted: 27/Nov/2012

---

[*]Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Av. San Rafael Atlixco 186, Col. Vicentina, Del. Iztapalapa, México D.F., C.P. 09340, México. E-Mail: cobos@xanum.uam.mx

[†]Misma dirección que/*Same address as* S. de los Cobos. E-Mail: gamma@xanum.uam.mx

[‡]Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Departamento de Sistemas, Av. San Pablo 180, Colonia Reynosa Tamaulipas, México D.F., C.P. 02200, México. E-Mail: rigaeral@correo.azc.uam.mx

[§]Misma dirección que/*Same address as* E. Rincón. E-Mail: pedro_lara@correo.azc.uam.mx

[¶]Misma dirección que/*Same address as* S. de los Cobos. E-Mail: mac@xanum.uam.mx

Resumen

Este trabajo presenta los resultados de la técnica heurística de ABC (Artificial Bee Colony) utilizada para estimar los parámetros de modelos de regresión no lineal. El algoritmo fue probado sobre 27 bases de datos de la colección NIST (2001), de las cuales 8 se consideran con un alto grado de dificultad. Se presentan los resultados experimentales.

Palabras clave: ABC, PSO, Regresión No Lineal.

Abstract

This article shows the results of ABC heuristic techniques (Artificial Bee Colony) that were used to estimate parameters for nonlinear regression models. The algorithm was tested on 27 data bases from the NIST collection (2001), 8 of these are considered to be high difficulty. Experimental results are presented.

Keywords: ABC, PSO, Nonlinear Regression.

Mathematics Subject Classification: 90C59, 62J02.

1 Introducción

El método heurístico denominado Colonia de Abejas Artificiales (ABC) se considera dentro de los métodos de inteligencia de enjambre. Los métodos basados en inteligencia de enjambres han sido utilizados exitosamente para resolver diferentes problemas de optimización general. El objetivo de este trabajo es el presentar la heurística ABC para resolver el problema de encontrar los valores de los parámetros en el problema de regresión no lineal utilizando el criterio de mínimos cuadrados. En la Sección 2, se presenta el problema de regresión no lineal; en la Sección 3, se describe la heurística ABC y su implementación para resolver el problema de regresión no lineal; en la Sección 4, se presentan los resultados obtenidos de aplicar las heurísticas propuestas a las bases de datos muy conocidas NIST (2001); finalmente en la Sección 5 se proporcionan las conclusiones.

2 Regresión no lineal

Sean las variables $x = (x_1, x_2, \ldots, x_m)$ e y observadas sobre n objetos, donde $(x_1, x_2, \ldots, x_m)$ son las variables explicativas y y es una variable a explicar, que depende de x, se quiere describir la relación de dependencia de y respecto a x mediante una función f; es decir, se quiere establecer la relación funcional $y = f(x) + \epsilon$ donde ϵ es un término de error que es una variable aleatoria con media cero (en este trabajo no supondremos que ϵ sigue alguna distribución en particular). La función f depende generalmente de ciertos parámetros, que denotaremos por θ por lo que la función de regresión queda:

$$y = f(x, \theta) + \epsilon \tag{1}$$

En el problema de regresión, se quiere encontrar los valores del parámetro $\theta = (\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_p)$ tal que optimice algún criterio, en particular se tomará el criterio de mínimos cuadrados, el cual mide la calidad de la aproximación funcional propuesta mediante la minimización de la suma de las diferencias cuadráticas:

$$S(\theta) = \|y - f(x, \theta)\|^2 = \sum_i [y_i - f(x_i, \theta)]^2 \tag{2}$$

donde $x_i = (x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{mi})$, e y_i para $i = 1, 2, \ldots, n$ son las observaciones de las variables, y $\| \cdot \|$ es la norma euclideana usual.

De lo anterior se tiene un problema de optimización global definido como: dada una función objetivo:

$$S : D \longrightarrow \Re,$$

se desea encontrar [11]:

$$\theta^* = \text{argmin}_{\theta \in D} S(\theta).$$

El punto θ^* es llamado el mínimo global, D es el espacio de búsqueda definido como $D = \prod_i [a_i, b_i], a_i < b_i, i = 1, 2 \ldots, p$, esta especificación de S se conoce como restricción de caja.

Salvo cuando $f(x, \theta)$ es una función lineal respecto del vector de parámetros θ, no se conoce una solución general a este problema. Para el caso no lineal, existen algoritmos iterativos deterministas (Levenberg-Maquardt o Gauss-Newton) que pueden utilizarse en paquetes estadísticos, pero fallan para encontrar las soluciones óptimas del problema.

Por tanto, cuando se desea encontrar un modelo de regresión no lineal de mejor ajuste, respecto al criterio de mínimos cuadrados, se entra a un problema de programación general de tipo continuo, el cual es un problema difícil de resolver (c.f. [11]).

3 Colonia de abejas artificiales (ABC)

El algoritmo de colonia de abejas artificiales es un método que corresponde al tipo de inteligencia de enjambre, el cual emula el comportamiento de encontrar fuentes de alimento para el forrajeo de las abejas de miel y el compartimiento de información de las abejas para tal efecto. ABC fue inicialmente propuesto por Karaboga [3] y ha sido aplicado a diferentes problemas, tales como optimización restringida [4], redes neuronales [4], y conglomerados ([9], [6]), entre otros.

En ABC, se clasifican a las abejas en tres clases: abejas empleadas (en inglés: employed), abejas observadoras (en inglés: onlookers) y abejas exploradoras (en inglés: scouts). Las abejas empleadas están asociadas con una fuente de alimento en particular, y son las que están explotando el alimento, a la vez que llevan consigo la información de esta fuente particular de alimento a las observadoras. Las abejas observadoras son aquellas que están esperando en el área de danza de la colmena para que las abejas empleadas les compartan la información sobre las fuentes de alimento y entonces toman una decisión de elección de alguna fuente de alimento. Las abejas que salen del panal en busca de una fuente de alimento al azar son las llamadas exploradoras.

En ABC, la mitad de las abejas son empleadas y la otra mitad son observadoras, es decir, el número de abejas empleadas es igual al número de fuentes de alimento que están alrededor del panal. Las abejas empleadas cuya fuente de alimento se agotó se convierten en exploradoras.

La posición de una fuente de alimento representa una solución factible del problema de optimización y el monto de néctar o de alimento de la fuente de alimento corresponde a la calidad (en inglés: fitness) de la solución asociada representada a dicha fuente.

Los principales pasos del algoritmo ABC se detallan a continuación.

En la fase de inicialización, se generan aleatoriamente SN soluciones (fuentes de alimento), SN denota el número de abejas empleadas, que es igual al de abejas observadoras. Donde cada solución $\theta_i, (i = 1, 2 \ldots, SN)$ es un vector contenido en el espacio D de p dimensiones, es decir, p es el número de parámetros a optimizar. Entonces se evalúa la cantidad de néctar fit_i, que es el valor de la función a optimizar. En la fase de las abejas empleadas, cada una de éstas encuentra una nueva fuente de alimento v_i en la vecindad de θ_i utilizando la siguiente expresión:

$$v_{ij} = \theta_{ij} + O_{ij}(\theta_{ij} - \theta_{kj}) \tag{3}$$

donde $k \in \{1, 2, \ldots, SN\}$ y $j \in \{1, 2, \ldots, p\}$ son índices que se eligen aleatoriamente, y $k \neq i$, O_{ij} es un número aleatorio con distribución uniforme en el intervalo [-1,1]. Entonces cada abeja empleada compara la nueva solución contra la actual y memoriza la mejor mediante un procedimiento glotón (en inglés: greedy).

En la fase de las abejas observadoras, cada una elije una fuente de alimento con cierta probabilidad, la cual está relacionada con el monto de néctar (fitness) de una fuente de alimento compartido por las abejas empleadas. La probabilidad se calcula mediante:

$$P_j = fit_j / \sum_{i=1,\ldots,SN} fit_i. \tag{4}$$

Este método conocido como el método de selección por ruleta, proporciona a los mejores candidatos para tener una oportunidad mayor de ser elegidos.

En la fase de las abejas exploradoras, si una fuente de alimento no puede mejorarse durante un determinado número de ciclos, denominado como límite, es eliminada de la población, y la abeja empleada de tal fuente de alimento se convierte en exploradora. Las abejas exploradoras encuentran nuevas fuentes de alimento al azar utilizando la siguiente ecuación:

$$\theta_{ij} = \theta_{min_j} + \text{rand}[0,1](\theta_{max_j} - \theta_{min_j}) \tag{5}$$

donde θ_{min_j} y θ_{max_j} son las cotas inferior y superior del parámetro j, respectivamente.

Los pasos anteriores se repiten hasta un número máximo de ciclos (MCN) o hasta que el criterio de terminación se satisfaga.

En la Tabla 1 se proporciona el pseudo-código de ABC.

4 Resultados

La bondad de los resultados del algoritmo propuesto, se estimó mediante la cantidad del número de dígitos duplicados cuando se compararon con los resultados certificados proporcionados en NIST(2001), los cuales se encontraron utilizando algoritmos deterministas iterativos (Levenberg-Maquardt o Gauss-Newton). El número de dígitos duplicados denotados por λ puede ser calculado vía el logaritmo del error relativo (McCullough and Wilson, 2005) calculado como:

$$\lambda = \begin{cases} 0 & \text{si } \frac{|w-c|}{|c|} \geq 1, \\ 1 & \text{si } \frac{|w-c|}{|c|} < 1 \times 10^{-11}, \\ -\log_{10}(\frac{|w-c|}{|c|}) & \text{de otra forma.} \end{cases}$$

donde c denota el valor certificado y w denota el valor estimado por el algoritmo propuesto. De acuerdo a NIST (2001) y a [11], a excepción del caso

1. Inicialice la población de soluciones $\theta_i, i = 1, 2 \ldots, SN$
2. Evalúe la población
3. ciclo=1
4. **repita**
5. Produzca nuevas soluciones v_i para las abejas empleadas usando la ecuación 3 y evalúelas
6. Aplique un proceso de selección glotón para las abejas empleadas
7. Calcule los valores de probabilidad P_i para las soluciones θ_i usando la ecuación 4
8. Produzca las nuevas soluciones v_i para los observadoras desde las soluciones θ_i seleccionadas dependiendo de P_i y evalúelas
9. Aplique el proceso de selección glotón para las observadoras
10. Determine las soluciones abandonadas por las exploradoras, si existen, y con una nueva solución θ_i producida aleatoriamente mediante la ecuación 5
11. Memorice la mejor solución alcanzada
12. ciclo = ciclo + 1
13. **hasta** ciclo = MCN

Tabla 1: Pseudo-código del algoritmo ABC [5].

donde el valor certificado sea esencialmente cero, un buen procedimiento por mínimos cuadrados no lineal es el que permite duplicar 4 ó 5 dígitos de los valores certificados. En este trabajo se presentan los resultados considerando el valor de lambda obtenido mediante:

$$\lambda = -\log_{10}(\frac{|w-c|}{|c|}).$$

BASE	ABC		BASE	ABC	
	Suma de cuadrados	λ		Suma de cuadrados	λ
Misra1a	1.246193236423E-01	3.26	Misra1b	7.559350183265E-02	2.77
1.2455138894E-01	1.666846200455E-01	0.47	7.5464681533E-02	8.462175539905E-02	0.92
1.0187876330E-01	1.337654178727E-01	1.51	7.9301471998E-02	7.799216086595E-02	1.69
Lower	1.040070510000E-02	0.72	lower	2.330902998895E-03	0.48
p=2, n=14			p=2, n=14		
Lanczos3			Kirby2	3.946104765227E+00	1.98
1.6117193594E-08	1.612738445035E-08	3.2	3.9050739624E+00	5.094707020359E+00	0.52
2.9923229172E-05	2.921284365791E-08	0.09	1.6354535131E-01	4.350732767542E+00	1.05
lower	1.991691942054E-08	0.78	Average	2.737538808890E-01	0.34
p=6, n=24	2.727544738188E-09	0.48	p=5, n=151		
Chwirut2	5.130499139667E+02	5.43	Hahn1	1.541489040249E+00	2.23
5.1304802941E+02	5.135593488886E+02	3	1.5324382854E+00	1.734970608737E+00	0.88
3.1717133040E+00	5.130997548199E+02	4.28	8.1803852243E-02	1.601320859281E+00	1.44
lower	7.873300718672E-02	0.5	Average	4.514250275332E-02	0.29
p=3, n=54			p=7, n=236		
Chwirut1	2.384482682801E+03	5.63	Nelson		
2.3844771393E+03	2.385633014588E+03	3.31	3.7976833176E+00	3.797683318961E+00	9.45
3.3616721320E+00	2.384620386707E+03	4.53	1.7430280130E-01	3.797684527011E+00	6.5
lower	2.124043232830E-01	0.54	Average	3.797683556328E+00	7.57
p=3, n=214			p=3, n=128	2.850666608633E-07	0.68
Gauss1	1.315822308956E+03	7.3	MGH17	5.510126685313E-05	2.08
1.3158222432E+03	1.315836860934E+03	4.95	5.4648946975E-05	6.545627276916E-05	0.7
2.3317980180E+00	1.315825157306E+03	5.9	1.3970497866E-03	5.772841370945E-05	1.37
lower	3.124346909022E-03	0.51	Average	2.371895725404E-06	0.33
p=8, n=250			p=5, n=33		
Gauss2	1.247559115682E+03	4.61	Lanczos1	1.382856701572E-06	-18.99
1.2475282092E+03	1.248227994806E+03	3.25	1.4307867721E-25	3.957682176644E-05	-20.44
2.2704790782E+00	1.247811929764E+03	3.71	8.9156129349E-14	1.006299516928E-05	-19.73
lower	1.471730619843E-01	0.27	Average	7.458526538808E-06	0.33
p=8, n=250			p=6, n=24		
DanWood	4.317365213766E-03	-3.21	Lanczos1*********	1.382856701572E-06	0.07
4.3173084083E-03	4.386038355564E-03	-4.96	3.9833194653E-21	3.957682176644E-05	-4.17
3.2853114039E-02	4.324373012067E-03	-4.28		1.006299516928E-05	-3.7
lower	1.343630209328E-05	0.45	Average	7.458526538808E-06	0.9
p=2, n=6			p=6, n=24		

Tabla 2: Valores certificados y obtenidos por ABC.

BASE	ABC		BASE	ABC	
	Suma de cuadrados	λ		Suma de cuadrados	λ
Misra1c	4.096694245072E-02	5.59	Thurber	6.051893227345E+03	1.14
4.0966836971E-02	4.213637584388E-02	1.54	5.6427082397E+03	7.150110727061E+03	0.57
5.8428615257E-02	4.103987118660E-02	3.23	1.3714600784E+01	6.523986073918E+03	0.83
Average	1.690854310003E-04	0.72	Higher	2.934594360000E+02	0.15
p=2, n=14			p=7, n=37		
Misra1d	5.642158275559E-02	4.39	Rat42	8.056663541871E+00	4.76
5.6419295283E-02	5.876621833359E-02	1.38	8.0565229338E+00	8.100043985016E+00	2.27
6.8568272111E-02	5.678202866268E-02	2.49	1.1587725499E+00	8.064312308303E+00	3.29
Average	4.378418547269E-04	0.59	Higher	8.825566860000E-03	0.56
p=2, n=14			p=3,n=9		
Rozman1	4.948485731697E-04	6.7	MGH09	3.075166957500E-04	4.44
4.9484847331E-04	4.948633782808E-04	4.52	3.0750560000E-04	3.086604947380E-04	2.43
4.8542984060E-03	4.948528623624E-04	5.22	6.6279236551E-03	3.079383257800E-04	2.99
Average	3.357659169081E-09	0.44	Higher	2.968207010000E-07	0.41
p=4, n=25			p=4, n=11		
Gauss3	1.244523375708E+03	4.51	Rat43	8.787393792495E+03	3.95
1.2444846360E+03	1.246948560451E+03	2.7	8.7864049080E+03	8.809649791088E+03	2.58
2.2677077625E+00	1.245603605513E+03	3.14	2.8262414662E+01	8.793611076676E+03	3.2
Average	6.196283900000E-01	0.33	Higher	5.184666650000E+00	0.33
p=8, n=250			p=4, n=15		
ENZO	7.885398513025E+02	7.09	Eckerle4	1.463588748727E-03	10.73
7.8853978668E+02	7.885666828890E+02	4.47	1.4635887500E-03	1.463588748728E-03	10.73
2.2269642403E+00	7.885473874251E+02	5.17	6.7629245447E-03	1.463588748727E-03	10.73
Average	5.961890590000E-03	0.44	Higher	9.508135030000E-18	0
p=9, n=168			p=3, n=35		
Bennett5	5.503170754280E-04	1.3	MGH10	1.015920991194E+02	0.81
5.2404744073E-04	5.959532957649E-03	-1.02	8.7945855171E+01	3.918718617223E+04	-2.65
1.8629312528E-03	1.438058438700E-03	0.08	2.6009740065E+00	7.234996202446E+03	-1.63
Higher	1.213937290000E-03	0.55	Higher	7.841302900000E+03	0.59
p=3, n=154			p=3, n=16		
BoxBod	1.168008876556E+03	10.42			
1.1680088766E+03	1.168008876556E+03	10.42			
1.7088072423E+01	1.168008876556E+03	10.42			
Higher	9.187283870000E-13	0			
p=2, n=6					

Tabla 3: Valores certificados y obtenidos por ABC.

La descripción de las Tablas 2-3 es la siguiente: En la primera y cuarta columnas se proporciona el nombre de la base de datos, debajo se proporciona el valor certificado de la suma de cuadrados del residual, debajo de éste, se proporciona el valor certificado de la desviación de la suma de cuadrados del residual, posteriormente se indica el grado de dificultad y finalmente se indica el número de parámetros (p) y el número (n) de datos de la base de datos. En la columna 2 y 5, se proporciona el mínimo, máximo, promedio y desviación estándar de la suma de cuadrados del residual obtenidos por ABC. En la tercera y sexta columnas se proporcionan los valores de λ máximo, mínimo, promedio y desviación estándar respecto del valor certificado de la suma de cuadrados del residual obtenidos por ABC.

Se realizaron 50 corridas considerando una población de 250 partículas y 400 iteraciones por corrida para ABC utilizando los intervalos de búsqueda, que se presentan en la Tablas 4-5, los cuales por lo general contenían los valores de inicio (starting values) de la literatura e incluyeron al mejor valor reportado.

5 Conclusiones

Se utilizó la heurística de enjambres para optimización conocida como Colonia de Abejas Artificiales para encontrar los valores de los parámetros en problemas de regresión no lineal bien conocidos en la literatura.

En general, para encontrar los valores de los parámetros en problemas de regresión no lineal, la utilización de ABC proporciona intervalos más compactos.

Por otro lado, de acuerdo a NIST(2001) y [11], a excepción del caso donde el valor certificado sea esencialmente cero, un buen procedimiento por mínimos cuadrados no lineal es el que permite duplicar 4 ó 5 dígitos de los valores certificados; por lo que las aproximaciones por ABC, como se puede apreciar de las tablas 2-3, en alrededor del 30% (8 de las 27 bases de datos) obtuvo 4 o más para el valor promedio de λ, sin importar su grado de dificultad. Cabe mencionar que la gran ventaja de ABC, es su fácil implementación y sus cortos tiempos de ejecución, un trabajo posterior será la implementación en paralelo, lo cual ayudará a mejorar los tiempos y a la vez poder modificar la cantidad de abejas.

Chwirut1 lb=[0, 0, 0] ub=[0.2, 0.015, 0.025]	MGH09 lb=[0, 0, 0, 0] ub=[0.25, 0.39, 0.415, 0 .39]
Gauss3 lb=[94, 0, 80, 110, 20, 72, 140, 15] ub=[100, 0.1, 105, 113, 25, 75, 150, 25]	RAT43 lb=[500, 5, 0.75, 1] ub=[800, 10, 1, 1.5]
ENZO lb=[10, 3, 0 .5, 40, -2, -1.3, 25, -.1, 1.4] ub=[11, 4, 0 .6, 45, -0.7, 1, 30, .5, 1.5]	ECKERLE lb=[1, 0 400] ub=[2, 10, 500]
MGH17 lb=[0.3, 1.9, -1.5, 0.01, 0.02] ub=[0.4, 2, -1.4, 0.02, 0.03]	MGH10 lb=[0, 6000, 300] ub=[0.05, 6300, 400]
Thurber lb=[1200, 1000, 500, 40, 0.7, 0.3, 0.03] ub=[1300, 1500, 600, 80, 1, 0.4, 0.05]	BoxBOD lb=[100, 0] ub=[300, 1]
Roszman1 lb=[0.015, -7E-06, 1200, -182] ub=[0.22, -5E-06, 1210, -181]	Nelson lb=[2.5, 5E-09, -.06] ub=[2.7, 6E-09, -.05]
Lanczos3 lb=[-1, -1, 0, 1, 0, 3] ub=[1.5, 1.5, 5.6, 5.5, 6.5, 7.6]	Rat42 lb=[70, 1, 0.04] ub=[100, 3, 0.1]
Chwirut2 lb=[0, 0, 0] ub=[0.2, 0.015, 0.015]	DanWood lb=[0.7, 3] ub=[1, 5]
Gauss1 lb=[94, 0, 98, 62, 20, 70, 178, 16.5] ub=[99, 0.02, 101, 70, 25, 72, 180, 20]	Misra1b lb=[300, .0001] ub=[500, .0004]
Gauss2 lb=[90, 0, 100, 104, 17, 70, 148, 18] ub=[100, 0.015, 104, 108, 25, 74, 155, 21]	Misra1c lb=[500, 0.0001] ub=[650, .00025]
Kirby2 lb=[1.5, -0.15, 0.0025, -0.002, 0.00001] ub=[2, -0.1, 0.003, -0.001, 0.00003]	Misra1d lb=[400, 0.0001] ub=[500, 0.00035]

Tabla 4: Intervalos de búsqueda para los parámetros, lb indica la cota inferior y ub la cota superior (primera parte).

Lanczos2 lb=[0.09, 0.9, 0.8, 3, 1.5, 5] ub=[0.1, 1.01, 0.9, 3.01, 1.6, 5.01]	Misra1a lb=[200, 0] ub=[500, 0.5]
Hahn1 lb=[1, -0.2, 0.0035, -0.000001, -0.006, 0.0002, -0.0000002] ub=[1.1, -0.1, 0.005, -0.000002, -0.005, 0.0003, -0.0000001]	Bennett5 lb=[-3000, 45, 0.8] ub=[-2000, 50, 1]
Lanczos1 lb=[0.09, 1, 0.8, 3, 1.5, 5] ub=[0.1, 1.000000002, 0.9, 3.000000002, 1.6, 5.000000002]	

Tabla 5: Intervalos de búsqueda para los parámetros, lb indica la cota inferior y ub la cota superior (segunda parte).

Referencias

[1] Abbass, H.A. (2001) "Marriage in honey-bee optimization (MBO): a haplometrosis polygynous swarming approach", en: *Proceedings The Congress on Evolutionary Computation* (CEC2001), Seoul, Korea: 207–214.

[2] Afshar, A.; Bozog Haddad, O; Marino, M.A.; Adams, B.J. (2007) "Honey-bee mating optimization (HBMO) algorithm for optimal reservoir operation", *Journal of the Franklin Institute* **344**: 452–462.

[3] Karaboga D. (2005) *An idea based on honey bee swarm for numerical optimization*. Technical Report-TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department.

[4] Karaboga D.; Akay, B. (2007) "Artificial bee colony (ABC) algorithm on training artificial neural networks", en: *Proceedings of 15th IEEE Signal Processing and Communications Applications*: 1–4.

[5] Karaboga, D.; Akay, B. (2009) "A comparative study of artificial bee colony algorithm", *Applied Mathematics and Computation* **214**: 108–132.

[6] Karaboga, D.; Osturk, C. (2010) "Fuzzy clustering with artificial bee colony algorithm", *Scientific research and Essays* **5**(14): 1899–1902.

[7] McCullough, B.D.; Wilson, B. (2005) "On the accuracy of stastistical procedures in Microsoft Excel 2003", *Comput. Stast. and Data Anal.* **49**: 1244–1252.

[8] NIST (2001), en: http://www.itl.nist.gov/div898/strd /general/dataarchive.html, consultada 20-Feb-2012, 11:35 a.m.

[9] Ozturk, C.; Karaboga, D. (2008) "Classifications by neural networks and clustering with artificial bee colony (ABC) algorithm", en: *Proceedings of the 6th International Symposium on Intelligent and Manufacturing Systems, Features, Strategies and Innovation*, Sakarya, Turkey.

[10] Pham, D.T.; Koc, E.; Lee, J.Y.; Phrueksanant, J. (2007) "Using the bees algorithm to schedule jobs for a machine", en: *Proceedings Eighth International Conference on Laser Metrology, CMM and Machine Tool Performance*, LAMDAMAP, Euspen, UK, Cardiff: 430–439.

[11] Tvrdík, J. (2009) "Adaptation in differential evolution: a numerical comparison", *Applied Soft Computing* **9**: 1149–1155.