

Modelos no lineales mixtos para la construcción de curvas de índice de sitio para *Tectona grandis* Linn. en la Vertiente del Pacífico de Costa Rica

Mixed non-linear models to develop site index curves for *Tectona grandis* Linn. in the Pacific Coast of Costa Rica

Fernando Mora-Chacón¹, Mauricio Jerez-Rico², Víctor Meza-Picado³,
Orlando Chinchilla-Mora⁴, Eladio Chaves-Salas⁵

[Recibido: 18 de febrero 2021, Aceptado: 09 de setiembre 2021, Corregido: 26 de octubre 2021, Publicado: 1 de enero 2022]

Resumen

[**Introducción**]: Se presenta un nuevo sistema de clasificación de sitios para *Tectona grandis* L.F. basado en información recolectada durante más de 30 años de investigación, con el fin de contribuir al manejo silvicultural de una de las especies más importantes en Costa Rica. [**Objetivo**]: Construir curvas actualizadas de índice de sitio para plantaciones de teca. [**Metodología**]: Los datos provienen del análisis fustal de 55 de árboles dominantes con edades entre 6 y 40 años, a la edad de corte, seleccionados en diferentes localidades de la Vertiente del Pacífico. Estos fueron combinados con mediciones de altura dominante provenientes de 38 parcelas permanentes medidas entre los 10 y 32 años que eran parte de 6 ensayos formales de crecimiento y rendimiento. Se definieron modelos de crecimiento, ajustados por regresión no lineal de efectos mixtos, considerando que se trata de mediciones repetidas anualmente. Se trabajó con seis modelos matemáticos: Richards, Gompertz, Logístico, Korf, Mitscherlich y Weibull. Previo al ajuste, los modelos fueron reparametrizados en función de la altura dominante observada (S), a la edad base de 16 años, asociándola a un efecto aleatorio. El mejor modelo se escogió de acuerdo con criterios de información y estadísticos de bondad de ajuste. [**Resultados**]: Los criterios de información de Akaike y Bayesiano indican que el modelo de Korf fue superior a los demás, tanto en su variante anamórfica como polimórfica; los estadísticos bondad de ajuste confirmaron esta apreciación. El análisis de los residuos mostró un mejor ajuste para este modelo al proyectar el crecimiento en altura dominante con la edad. Aunque el modelo polimórfico fue superior, la tendencia observada parece descartar la existencia de una asíntota común para las plantaciones de teca creciendo en las diferentes calidades de sitio. [**Conclusiones**]: Los resultados mostraron que los datos de análisis fustal y de parcelas permanentes presentan patrones similares, los cuales son representados adecuadamente por el modelo de Korf.

Palabras clave: Análisis fustal; calidad de sitio; curvas polimórficas; efectos aleatorios; efectos mixtos; parcelas permanentes; teca

- 1 Investigador jubilado, Universidad Nacional (UNA), Costa Rica; moraf2005@yahoo.com; <https://orcid.org/0000-0002-3910-2413>
- 2 Investigador jubilado, Universidad de Los Andes (ULA), Venezuela. jerezorama@gmail.com; <https://orcid.org/0000-0001-9029-867X>
- 3 Investigador y académico, Universidad Nacional (UNA), Instituto de Investigación y Servicios Forestales, Costa Rica; victor.meza.picado@una.ac.cr; <https://orcid.org/0000-0002-8223-4761>
- 4 Investigador y académico, Universidad Nacional (UNA), Instituto de Investigación y Servicios Forestales, Costa Rica; orlando.chinchilla.mora@una.ac.cr; <https://orcid.org/0000-0002-7336-3828>
- 5 Investigador jubilado, Universidad Nacional (UNA), Costa Rica; el.chaves@hotmail.com; <https://orcid.org/0000-0002-4880-197X>



Abstract

[Introduction]: A new site classification system for *Tectona grandis* L.F. is presented based on information collected during more than 30 years of research. **[Objective]:** To construct an updated family of site index curves for teak plantations for the pacific coast of Costa Rica. **[Methodology]:** The data came from the stem analysis of 55 dominant trees with ages between 6 and 40 years, selected in different locations of the Pacific slope. These were combined with dominant height data from 38 permanent plots that were part of 6 formal growth and yield trials remeasured between 10 and 32 years old. Growth models were fitted by mixed effects nonlinear regression, considering that trees and plots were remeasured annually. Six mathematical models were used: Richards, Gompertz, Logistic, Korf, Mitscherlich and Weibull. The models were re-parameterized according to the observed dominant height (S) at the base age of 16 years, associating it with a random effect. The best model was chosen according to the information criteria and goodness-of-fit statistics. **[Results]:** The Akaike and Bayesian information criteria indicate that Korf's model was superior to the others, both in the anamorphic and polymorphic variant; the goodness-of-fit statistics confirmed this appreciation. The residual analysis showed a better fit for this model when describing growth in dominant height with age. Although the polymorphic model was superior, the observed trends seem to rule out the existence of a common asymptote for teak plantations growing in the different site qualities. **[Conclusions]:** The results showed that the data from stem analysis and permanent plots show similar pattern trends, which are adequately represented by the Korf's model.

Keywords: Mixed effects; permanent plots; polymorphic curves; random effects stem analysis; site quality; teak.

1. Introducción

Uno de los aspectos más importantes en el establecimiento y manejo de las plantaciones forestales es el desarrollo de sistemas de clasificación de terrenos de acuerdo con su capacidad productiva (Mora & Meza, 2003), en función de las especies utilizadas. Desde el punto de vista de la producción maderable, se dice que los terrenos difieren en su calidad de sitio; definido este como el potencial para la producción de madera que ofrece una localidad, para una determinada especie. Se supone que, entre mayor sea la calidad de los terrenos, mayor será la producción de madera que se puede esperar (Clutter *et al.*, 1983).

Existen diversos métodos para expresar la calidad de sitio, ya sea tomando en cuenta las propiedades de la masa forestal, o bien, las características del sitio (p.ej.; clima, suelos, fisiografía) en el que crecen los árboles (Skovsgaard & Vanclay, 2008). Sin embargo, la forma más aceptada de evaluar la calidad de sitio es a través de curvas de índice de sitio, las cuales permiten clasificar el crecimiento de la altura dominante, en los lugares donde se encuentra creciendo la especie, a una edad de referencia. El índice de sitio (IS) se define como la altura promedio de los 100 árboles más altos por hectárea a una edad base definida y, en el caso de los rodales monoespecíficos y coetáneos se asume que, 1) la altura dominante de un rodal es poco afectada por la densidad de la masa; 2) el crecimiento en altura dominante del rodal debe seguir un patrón determinado; y 3) la altura dominante presenta una buena correlación con la producción en volumen (Clutter *et al.*, 1983).

En los últimos años, con el advenimiento de la teca (*Tectona grandis* L. f.) como una de las especies tropicales de mayor importancia económica a nivel mundial y con el establecimiento



de plantaciones en Asia, América, África y Oceanía (Kollert & Kleine, 2017), el interés por el desarrollo de curvas de índice de sitio para esta especie se ha traducido en un considerable número de investigaciones y publicaciones en varios países y bajo diferentes enfoques. Cabe destacar, para América los trabajos de Keogh (1982) para la región del Caribe, Centro América, Venezuela y Colombia; Friday (1987) en Puerto Rico; Mora & Meza (2003a) para el Pacífico de Costa Rica; Pereira da Cruz *et al.*, (2008) en Matto-Grosso, Brasil; Jerez-Rico *et al.*, (2011) para los Llanos Occidentales de Venezuela; Torres *et al.*, (2012) para la Región Caribe de Colombia; y en México, Tamarit-Urías *et al.*, (2014) y Minoche *et al.*, (2017) para plantaciones de teca en los estados de Campeche y Tabasco, respectivamente. Adicionalmente, podemos mencionar a Miller (1969) en Trinidad y Henao (1982) en el departamento de Córdoba, Colombia; citados por Mora y Meza (2003b). Dichos trabajos han abarcado no solo una gran variedad de modelos matemáticos, sino también diferentes técnicas de ajuste, incluyendo los modelos clásicos de regresión lineal y no lineal con efectos fijos y efectos mixtos, también se han utilizado ambos enfoques de la diferencia algebraica (clásico ADA y generalizado GADA) y algunos modelos basados en ecuaciones diferenciales.

Los modelos y enfoques empleados dependen en gran parte de las características de los datos recopilados. Así, el uso de cronosecuencias, es decir, mediciones puntuales para una misma especie, obtenidas en diferentes sitios y para diferentes edades, trabajando con parcelas temporales, determina que solo se pueden obtener curvas mediante el método de la curva guía (Clutter *et al.*, 1983); mientras que los otros enfoques requieren datos provenientes de al menos dos pares de mediciones altura-edad, separadas en el tiempo, medidas sobre un mismo sujeto o parcela; lo cual solo se puede obtener a través de mediciones sucesivas de parcelas permanentes, o bien, de análisis fustal (Prodan *et al.*, 1997).

En general, los parámetros estadísticos son estimados mediante modelos de regresión lineal o no lineal, pero dadas las características de los datos de crecimiento, la estructura de la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos contraviene los supuestos de la regresión clásica, esto es $\varepsilon \sim I(0, \sigma^2)$, debido a las desviaciones de la normalidad y la heteroscedasticidad. En el caso de los datos de mediciones repetidas, como ocurre con las parcelas permanentes, es imposible aleatorizar el factor temporal o espacial, lo que provoca que se incumpla el supuesto de independencia de los errores, y por lo tanto, las estimaciones que se realicen de los parámetros por mínimos cuadrados ordinarios, y sus errores estándar, pueden resultar seriamente distorsionadas (Schabenberger & Pierce, 2002). En varios casos se dispone de juegos de datos de diferente naturaleza, como, por ejemplo, información de parcelas permanentes y de análisis fustal, o bien, información de parcelas temporales y de parcelas permanentes; por esto, García (2005) analizó algunos métodos para combinar este tipo de datos.



1.1 Técnicas empleadas para analizar la información utilizada en estudios de calidad de sitio y aspectos a tomar en cuenta al momento de construir las curvas

Las mediciones repetidas y los datos tomados a lo largo del tiempo son comunes en el sector forestal (Linnell Nemec, 1996), pues se requiere estudiar el crecimiento de los árboles en períodos de tiempo, ya sean estos largos o cortos. Esto involucra procesos de obtención de datos en series de tiempo, lo cual hace que el problema se torne aún más complejo, ya que los datos suelen estar correlacionados serialmente, es decir, que las mediciones actuales están correlacionadas con las anteriores. Por esto, se hace necesario aplicar métodos especiales de análisis estadístico, debido a las características particulares de este tipo de información (Linnell Nemec, 1996).

La estimación de los parámetros utilizados en la construcción de las curvas de índice de sitio, tradicionalmente se ha realizado con modelos de regresión lineal y no lineal ordinarios (de efectos fijos) que asumen que los residuos (o errores) se distribuyen normalmente, con varianzas iguales, y con total independencia. Tales supuestos pueden ser violados cuando se analizan datos longitudinales (en series de tiempo), ya que el término de error no resulta ser independiente de la variable tiempo y, por lo tanto, los errores resultan autocorrelacionados, causando que las estimaciones de los parámetros por medio de cuadrados mínimos ordinarios se vean afectadas, y las estimaciones del error estándar pueden resultar seriamente distorsionadas (Souza, 1998, citado por Floriano et al., 2006). Por lo tanto, no es recomendable utilizar el análisis de regresión ordinario para procesar los datos de series de tiempo porque, por lo general, se violan los supuestos en los cuales está basado el modelo clásico de regresión lineal (SAS Institute, 2010). Por un lado, si los datos provienen de mediciones repetidas en el tiempo, o en el espacio, sobre las mismas unidades de muestreo, como es el caso de las parcelas permanentes y del análisis troncal, la estructura de la matriz de varianzas y covarianzas (Σ) de los residuos no corresponde con los supuestos de los modelos de regresión clásicos, ya que no es posible aleatorizar el factor temporal, o espacial, violando de esta manera el supuesto de independencia de los errores (Schabenberger & Pierce, 2002).

Por otro lado, los modelos tradicionales de efectos fijos que se utilizan para trabajar con la relación altura-edad, se caracterizan por aumentar la varianza de los residuos conforme aumenta la edad (heteroscedasticidad). Los modelos de efectos mixtos, por su parte, permiten representar apropiadamente la estructura de la matriz de varianzas y covarianzas asociada con mediciones repetidas en el tiempo (Littell et al., 2006), ya que estos incorporan efectos aleatorios, diferentes de los asociados con los términos de error. Tales modelos mixtos han sido poco utilizados en nuestro medio, a pesar de que permiten modelar la estructura de varianzas y covarianzas cuando se trabaja con series de tiempo, y realizar inferencias más precisas; razón por la cual vale la pena experimentar con ellos. El objetivo de este estudio fue evaluar el desempeño relativo de modelos no lineales mixtos reparametrizados en función de la altura dominante a la edad base (S), utilizando datos combinados de parcelas permanentes y de análisis fustal, con el



fin de generar curvas de índice de sitio para las plantaciones de teca en la vertiente del Pacífico de Costa Rica.

2. Metodología

2.1 Área de estudio

En el estudio de análisis fustal el área de trabajo incluyó las provincias de Guanacaste y Puntarenas y abarcó terrenos comprendidos entre los 0 y los 600 m.s.n.m. En el caso de la provincia de Guanacaste, se presentó una mayor concentración de los sitios de muestreo en la parte central de la Península de Nicoya, entre los cantones de Santa Cruz al norte y Nandayure al sur (**Figura 1**). Esto se da debido a una mayor concentración de plantaciones en la parte central de la península, por lo tanto, el muestreo se dio en forma proporcional a la frecuencia de aparición de las áreas plantadas (Mora & Meza, 2003a). Unos pocos puntos de muestreo se presentan cerca de la costa del Pacífico y en la margen opuesta del río Tempisque, en los cantones de Abangares y Bagaces. En el caso de la provincia de Puntarenas, se presentan tres áreas de concentración, correspondiendo la primera al área de Paquera y Cóbano, al sur de la Península de Nicoya; la segunda, a la zona de Parrita y Quepos, en el Pacífico Central; y la tercera, en el cantón de Buenos Aires, en la Zona Sur de nuestro país. Algunos pocos sitios se presentan al sur de este último cantón (en Palmar Norte y Río Claro). En el caso de las parcelas permanentes las áreas de trabajo estaban ubicadas en Puerto Carrillo, provincia de Guanacaste; y en Cóbano, Río Negro y Cabuya, provincia de Puntarenas.



rendimiento. Las edades al momento de establecer las parcelas variaron entre 3 y 7 años (**Cuadro 1**). El período de medición va desde los 10 hasta los 32 años con hasta 22 años de remediaciones anuales consecutivas. El período total de los ensayos de aclareo y rendimiento se extiende desde 1984 hasta el año 2018, para un total de 34 años acumulados de mediciones sucesivas en parcelas permanentes de teca, en la Vertiente del Pacífico de Costa Rica.

Cuadro 1. Edad de las plantaciones y cantidad de parcelas permanentes por ensayo de *Tectona grandis*. Vertiente del Pacífico, Costa Rica.

Table 1. Plantation age and number of permanent samples plots for each trial of *Tectona grandis*. Pacific Coast, Costa Rica.

Nombre del ensayo	Año de instalación	Edad de instalación del ensayo (años)	Edad de la última medición (años)	Período de evaluación (años)	Cantidad de parcelas
Festejos	1984	5	26	21	4
Río Negro	1984	4	25	21	5
Cóbano centro	1984	3	17	14	2
Cabuya	1989	7	32	25	9
Pto. Carrillo	1995	4	14	10	10
Norman Quirós	1995	4	14	10	8

2.3 Selección y procesamiento de datos del análisis fustal para los árboles dominantes

Se seleccionaron uno o dos árboles dominantes a derribar en cada parcela circular, según el procedimiento descrito en [Mora y Meza \(2003\)](#). Se empleó la metodología de “análisis fustal para reconstruir el crecimiento de la altura” de los árboles apeados. Se contaron los anillos presentes en cada sección, para calcular, por medio de la diferencia en el número de anillos entre dos cortes consecutivos, el total de años transcurridos en cada uno de los “períodos de crecimiento” (estos últimos definidos por la distancia entre dos cortes sucesivos). A partir del conteo de anillos, se reconstruyó el crecimiento de la altura total para cada año de vida de los árboles analizados. Para esto, fue necesario calcular cada una de las “alturas intermedias” (o, ápices ocultos del árbol), correspondientes a las “edades intermedias” (diferentes de la edad de corta). Para estimar el valor de dichas alturas se utilizó una fórmula desarrollada con este fin, a partir de un algoritmo propuesto por [Carmean \(1972\)](#).



2.4 Selección de modelos matemáticos y técnicas de ajuste

Se seleccionó un conjunto de modelos no lineales para ajustar los pares de observaciones de altura dominante en metros y edad en años (**Cuadro 2**). Se seleccionaron los modelos de Richards, Gompertz, Logístico, Korf, Mitscherlich y Weibull. Dichos modelos fueron desarrollados con base en consideraciones teóricas sobre los fenómenos del crecimiento biológico, a partir de la ecuación de von Bertalanffy (1957), por lo cual es posible dar una interpretación biológica a sus parámetros (Zeide, 1993). En todos los modelos, el parámetro β_0 representa la altura máxima que en teoría puede alcanzar un árbol o una masa forestal; β_1 y β_2 se relacionan con el punto de inflexión de la curva de crecimiento y la escala. En el caso de las curvas de índice de sitio, estos parámetros también pueden considerarse como parámetros “globales”, comunes a todos los “sujetos” (es decir, sitios, rodales, parcelas o árboles), o como parámetros “específicos” particulares para cada sujeto (Carrero *et al.*, 2008).

Cuadro 2. Modelos no lineales seleccionados para ajustar los pares de observaciones de altura dominante (metros) y la edad (años) en las plantaciones de *Tectona grandis*. Vertiente del Pacífico, Costa Rica.

Table 2. Nonlinear models selected to fit the pairs of observations of dominant height (meters) and age (years) in *Tectona grandis* plantations. Pacific Coast, Costa Rica.

	Modelo	Modelo de efectos fijos
1	Richards	$H_m = \beta_0(1 - e^{-\beta_1 E})^{\beta_2} + \varepsilon_i$
2	Gompertz	$H_m = \beta_0 e^{-\beta_1 \cdot e^{(-\beta_2 E)}} + \varepsilon_i$
3	Logístico	$H_m = \frac{\beta_0}{(1 + \beta_2 e^{\beta_1 E})} + \varepsilon_i$
4	Korf	$H_m = \beta_0 e^{\left(-\frac{\beta_1}{E^{\beta_2}}\right)} + \varepsilon_i$
5	Mitscherlich	$H_m = \beta_0(1 - \beta_2 e^{-\beta_1 E}) + \varepsilon_i$
6	Weibull	$H_m = \beta_0(1 - e^{-\beta_1 E^{\beta_2}}) + \varepsilon_i$

Los modelos se reparametrizaron en función de S , β_0 y β_1 , asociando un efecto aleatorio con la altura dominante S a la edad base t_0 , siguiendo el procedimiento propuesto por Carrero *et al.* (2008). En este trabajo, se empleó S para $t_0 = 16$ años, lo que permitió obtener una buena estimación inicial para S . La generalización de este enfoque fue propuesta por Fang y Bailey (2001) y aplicada a plantaciones de teca en Colombia por Torres *et al.* (2012). Se ajustaron dos grupos de modelos mixtos no lineales a) reparametrizados en función de β_0 y $S^r = S + u$, y b) reparametrizados en función β_1 y $S^r = S + u$ (**Cuadro 3**). El primer grupo de modelos genera una familia de



curvas anamórficas, mientras que el segundo grupo genera una familia de curvas polimórficas en la estructura de medias. Los modelos reparametrizados dan origen a familias de curvas si se asignan valores fijos para S a t_0 ; $S = (15, 18, 21, 24, 27 \text{ y } 30)$. Los modelos se ajustaron utilizando el método de máxima verosimilitud con el procedimiento NLMIXED de SAS 9.2.

Cuadro 3. Modelos no lineales reparametrizados para ajustar los pares de observaciones de altura dominante (metros) y la edad (años) de plantaciones de *Tectona grandis*. Vertiente del Pacífico, Costa Rica. H_m = altura dominante (m); e = base de los logaritmos naturales; E = edad (años); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ (efectos fijos) y μ (efecto aleatorio) a ser estimados.

Table 3. Nonlinear models reparametrized to fit the pairs of observations of dominant height (meters) and age (years) of *Tectona grandis* plantations. Pacific Coast, Costa Rica. H_m = dominant height (m); e = base of natural logarithms; E = age (years); $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ (fixed effects) and μ (random effect) to be estimated.

Reparametrizado en función de		
	β_0 y $S^r = S+u$	β_1 y $S^r = S+u$
Modelos		
Richards	$H_m = S^r \left[\frac{(1 - e^{-\beta_1 E})}{(1 - e^{-\beta_1 E_b})} \right]^{\beta_2} + \varepsilon_i$	$H_m = \beta_0 \left[1 - \left[1 - \left(\frac{S^r}{\beta_0} \right)^{1/\beta_2} \right]^{\frac{E}{E_b}} \right]^{\beta_2} + \varepsilon_i$
Gompertz	$H_m = S^r \left(\frac{e^{-\beta_1 \exp(-\beta_2 E)}}{e^{-\beta_1 \exp(-\beta_2 E_b)}} \right) + \varepsilon_i$	$H_m = \beta_0 \left(\frac{S^r}{\beta_0} \right)^{\exp(-\beta_2(E-E_b))} + \varepsilon_i$
Logístico	$H_m = S^r \left(\frac{1 + \beta_2 e^{\beta_1 E_b}}{1 + \beta_2 e^{\beta_1 E}} \right) + \varepsilon_i$	$H_m = \left[\beta_0 / \left\{ (1 + \beta_2) \left[\frac{\left(\left(\frac{\beta_0}{S^r} \right) - 1 \right)^{\left(\frac{E}{E_b} \right)} \right]} \right\} \right] + \varepsilon_i$
Korf	$H_m = S^r \cdot \exp \left[-\beta_1 \cdot \left(\frac{1}{E^{\beta_2}} - \frac{1}{E_b^{\beta_2}} \right) \right] + \varepsilon_i$	$H_m = \beta_0 \exp \left[(\ln(S^r) - \ln(\beta_0)) \left(\frac{E_b}{E} \right)^{\beta_2} \right] + \varepsilon_i$
Mitscherlich	$H_m = S^r \left(\frac{1 - \beta_2 e^{-\beta_1 E}}{1 - \beta_2 e^{-\beta_1 E_b}} \right) + \varepsilon_i$	$H_m = \beta_0 [1 - \beta_2 (1 - S^r / \beta_2)^{E/E_b}] + \varepsilon_i$
Weibull	$H_m = S^r \left(\frac{1 - e^{-\beta_1 E^{\beta_2}}}{1 - e^{-\beta_1 (E_b)^{\beta_2}}} \right) + \varepsilon_i$	$H_m = \beta_0 \left(1 - (1 - (S^r / \beta_0))^{\left(\frac{E}{E_b} \right)^{\beta_2}} \right) + \varepsilon_i$



Buenos valores iniciales fueron obtenidos de acuerdo con los procedimientos sugeridos por Schabenberger y Pierce (2002). Para identificar el mejor modelo se utilizó los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC) (Carrero *et al.*, 2008; Schabenberger & Pierce, 2002). A menor valor de estos criterios, mejor es el modelo. Estos criterios son indicadores relativos de ajuste, es decir, nos dicen cuál modelo es mejor con respecto a otro, pero no nos dicen qué tan buena es la calidad del ajuste. Por otra parte, no permiten comparar modelos que incluyan variables dependientes en una escala diferente (Jerez-Rico *et al.*, 2011). De igual manera, se consideró la significancia estadística de los estimados de los parámetros.

Para tener información sobre la calidad del ajuste de los modelos en términos de sesgo y precisión se utilizaron los siguientes métodos de bondad de ajuste y análisis de residuos.

- a) Para medir el sesgo, se calculó la media de las desviaciones o residuos (MD):

$$MD = 1/n \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)$$

Donde:

y_i y \hat{y}_i son valores observados y predichos respectivamente para cada parcela y n es el número observaciones y;

- b) la media de las desviaciones absolutas (MDA) que es similar a MD excepto que se toma $|y_i - \hat{y}_i|$. Mientras más cerca se encuentren los valores de MD y MDA de cero, menor será el sesgo del modelo.

Como indicadores de la precisión y la calidad del ajuste se emplearon:

- a) la raíz del Cuadrado Medio del Error (RCME):

$$RCME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}}$$

Donde:

$n - p$ son los grados de libertad ($n =$ sujetos y $p =$ número de parámetros del modelo). El RCME tiene las mismas unidades de la variable dependiente, es decir metros, y es mejor mientras menor sea su valor.



b) el Índice de Ajuste (Mayer & Butler, 1993)

$$IA = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(Y_i - \bar{Y})^2}$$

El IA es análogo al coeficiente de determinación R^2 , pero varía entre $-\infty$ y 1, con 1 indicando un ajuste perfecto (Kvålseth, 1985).

c) Finalmente, se presentan los gráficos de los residuos y alturas predichas respecto a la edad. Estos gráficos permiten ver los efectos de dispersión de los residuos, la heteroscedasticidad, la autocorrelación y el sesgo de los modelos ajustados.

Para obtener las curvas de índices de sitio (IS), se debe escoger una edad base y definir las categorías que se desean trabajar para la variable de clasificación, el IS, luego se deberá hacer el despeje usual para β_0 (curvas anamórficas, pendiente común), o, β_1 (curvas polimórficas, asíntota común).

Dado que la calidad del ajuste no refleja necesariamente la calidad de las predicciones futuras, los modelos deberían ser validados usando un conjunto de datos independientes, o bien, ajustando los modelos a una serie más corta de observaciones (datos de calibración) y dejando la última porción de la serie observada como datos de validación. En general, se asume que la incorporación de efectos mixtos reduce los inconvenientes generados por la violación de los supuestos del modelo de regresión, principalmente la autocorrelación, debida a las mediciones repetitivas, y la heteroscedasticidad, pero este no es necesariamente el caso (Fang & Bailey, 2001).

3. Resultados

3.1 Comparación de los datos de crecimiento producidos por análisis fustal y los datos de las mediciones sucesivas realizadas en parcelas permanentes

En las (Figuras 2a y 2b) se presentan las gráficas para los datos de análisis fustal y parcelas permanentes. Nótese que, a pesar de que se incluyeron datos de árboles reconstruidos mediante análisis fustal, que provienen de calidades de sitio diferentes a los de las parcelas, la tendencia en el patrón de crecimiento de la altura es muy similar para ambos conjuntos de datos.



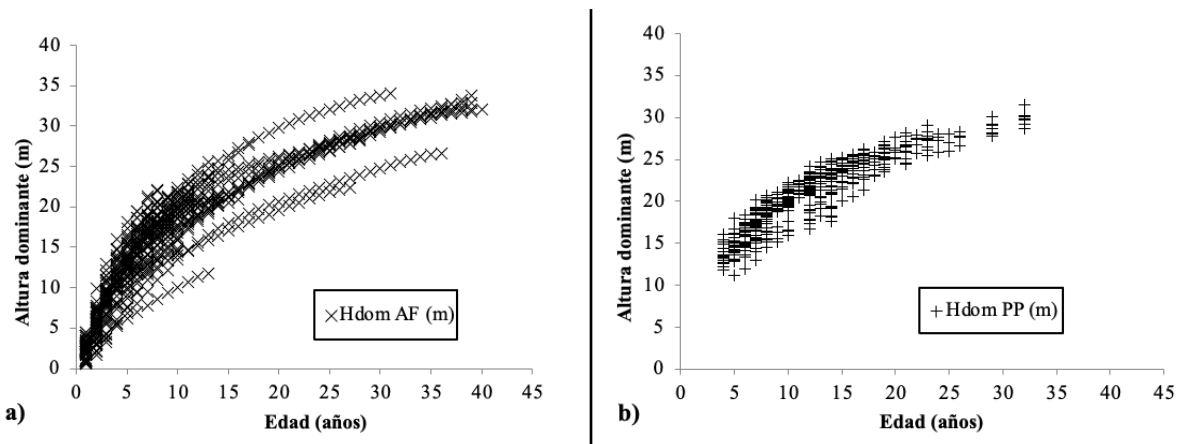


Figura 2. Datos a) Mediciones de análisis fustal (AF), b) Mediciones de parcelas permanentes (PP) en plantaciones de *Tectona grandis*. Vertiente del Pacífico, Costa Rica.

Figure 2. Data a) Stem analysis measurements (AF), b) Measurements of permanent sample plots (PP) in *Tectona grandis* plantations. Pacific Coast, Costa Rica.

En la **Figura 3** se puede observar la comparación gráfica de las curvas de crecimiento, al sobreponer el crecimiento en altura de los 55 árboles dominantes (producidas mediante análisis fustal) y el crecimiento de las 38 parcelas permanentes de muestreo (medidas durante un período de 34 años). Es necesario destacar que, en general, las curvas de crecimiento en altura de los árboles dominantes, construidas a través de la técnica de análisis fustal, presentan un patrón de crecimiento muy similar al que evidencian los datos provenientes de los promedios de las parcelas permanentes, lo que refuerza la posibilidad de usar la técnica de análisis fustal en la construcción de las curvas de índice de sitio. Se aprecia que la información producida por los análisis fustales complementa muy bien los datos provenientes de las mediciones sucesivas de parcelas permanentes.



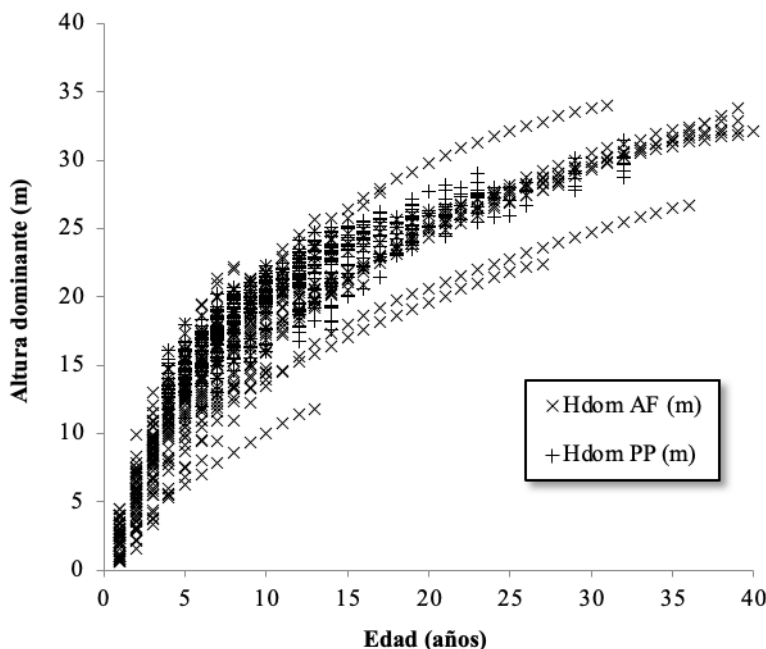


Figura 3. Datos combinados de análisis fustal (AF) y mediciones sucesivas en parcelas permanentes (PP), superpuestos para mostrar el ajuste óptimo de los mismos, en plantaciones de *Tectona grandis*. Vertiente del Pacífico, Costa Rica.

Figure 3. Combined data from stem analysis (AF) and successive measurements in permanent samples plots (PP) superimposed to show their optimal coupling, in *Tectona grandis* plantations. Pacific Coast, Costa Rica.

3.2 Comparación del ajuste relativo de los modelos anamórficos y polimórficos para Índice de Sitio

Desde el punto de vista de los criterios de información (AIC y BIC) el mejor modelo fue el de Korf, tanto para las curvas anamórficas como para las polimórficas con un AIC de 2 681 y 2 573, respectivamente (**Cuadro 4**). El segundo mejor modelo fue el de Richards, en ambos tipos de curvas, con un AIC de 2 851 para las anamórficas y 2 744 para las polimórficas; y el tercer mejor modelo es el de Weibull con 2 728 en curvas anamórficas y de 2 779 en las curvas polimórficas. Los de peor comportamiento fueron el modelo de Gompertz y el Logístico.

En términos generales, el AIC por modelo para las curvas polimórficas es mejor que el AIC por modelo en las curvas anamórficas. Al menos esta tendencia se da para los modelos de Richards, Logístico, Korf y Mitscherlich; caso contrario se da para Gompertz y Weibull que presentaron mejores valores del AIC en las curvas anamórficas.



Cuadro 4. Valores de los criterios de información de Akaike (AIC) y criterio de información Bayesiano para los modelos anamórficos y polimórficos seleccionados (BIC). Menor valor indica el mejor modelo.

Table 4. Values of the Akaike information criteria (AIC) and Bayesian information criteria (BIC) for the selected anamorphic and polymorphic models. Lower value indicates the better model.

Tipo de curvas	Modelo	AIC	BIC	
Anamórficas	Richards	2851	2871	
	Gompertz	3360	3380	
	Logístico	3626	3646	
	Korf	2681	2701	mejor anamórfico
	Mitscherlich	2921	2941	
	Weibull	2728	2748	
Polimórficas	Richards	2744	2764	
	Gompertz	3603	3623	
	Logístico	3521	3541	
	Korf	2573	2593	mejor polimórfico
	Mitscherlich	2784	2804	
	Weibull	2779	2799	

Los parámetros estimados, sus errores estándar y Límites de Confianza se presentan en el **Cuadro 5** para los modelos anamórficos y en el **Cuadro 6** para los polimórficos. Para los modelos anamórficos, los modelos de Gompertz y Weibull, muestran valores más elevados y con mayor error estándar para S. El modelo de Korf, presenta un valor asintótico considerablemente mayor que para los demás modelos.



Cuadro 5. Parámetros estimados para los modelos anamórficos (Todos significativos $p < 0.0001$). Vertiente del Pacífico, Costa Rica. *EE* = error estándar, LIC y LSC, límites de confianza superior e inferior ($\alpha = 0.05$); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, su, se$ = parámetros estimados, con *su, se* = desviación estándar de los efectos aleatorios.

Table 5. Estimated parameters for the anamorphic models (All significant $p < 0.0001$). Pacific Coast, Costa Rica. *SE* = standard error, LIC and LSC, upper and lower confidence ($\alpha = 0.05$); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, su, se$ = estimated parameters, with *su, se* = standard deviation of the random effects.

Modelo	Parámetro	Estimado	EE	LIC	LSC
Richards	β_1	0.0694	0.0030	0.0637	0.0751
	<i>S</i>	22.9191	0.2850	22.3533	23.4849
	β_2	0.7748	0.0150	0.7457	0.8040
	<i>su</i>	2.6938	0.2060	2.2849	3.1027
	<i>se</i>	1.3355	0.0270	1.2820	1.3890
Gompertz	β_1	-1.9021	0.0290	-1.9590	-1.8452
	<i>S</i>	25.7669	0.7750	24.2292	27.3046
	β_2	0.1577	0.0040	0.1503	0.1651
	<i>su</i>	4.1313	0.3400	3.4561	4.8064
	<i>se</i>	1.7529	0.0350	1.6826	1.8232
Logístico	β_1	-0.2160	0.0060	-0.2274	-0.2046
	<i>S</i>	23.6318	0.3000	23.0367	24.2270
	β_2	3.8698	0.1060	3.6599	4.0797
	<i>su</i>	2.6657	0.2200	2.2292	3.1021
	<i>se</i>	2.0060	0.0410	1.9256	2.0865
Korf	β_1	-3.0571	0.0240	-3.1044	-3.0098
	<i>S</i>	22.6833	0.2780	22.1317	23.2348
	β_2	0.4502	0.0140	0.4227	0.4776
	<i>su</i>	2.6603	0.2010	2.2621	3.0584
	<i>se</i>	1.1765	0.0240	1.1294	1.2237
Mitscherlich	β_1	0.0969	0.0020	0.0928	0.1011
	<i>S</i>	23.2950	0.2910	22.7169	23.8732
	β_2	0.9667	0.0060	0.9555	0.9780
	<i>su</i>	2.7587	0.2130	2.3364	3.1811
	<i>se</i>	1.4083	0.0280	1.3518	1.4647
Weibull	β_1	-0.1251	0.0020	-0.1293	-0.1209
	<i>S</i>	24.3499	0.6700	23.0202	25.6796
	β_2	0.8215	0.0120	0.7983	0.8447
	<i>su</i>	-4.0307	0.3140	-4.6539	-3.4075
	<i>se</i>	-1.3113	0.0260	-1.3638	-1.2587



Cuadro 6. Parámetros estimados para los modelos polimórficos (Todos significativos $p < 0.0001$). Vertiente del Pacífico, Costa Rica. *EE* = error estándar, LIC y LSC, límites de confianza superior e inferior ($\alpha = 0.05$); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, su, se$ = parámetros estimados, con *su, se* = desviación estándar de los efectos aleatorios.

Table 6. Parameter estimates for the polymorphic models (All significant $p < 0.0001$). Pacific Coast, Costa Rica. *SE* = standard error, LIC and LSC, upper and lower confidence limits ($\alpha = 0.05$); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, su, se$ = estimated parameters, with *su, se* = standard deviation of the random effects.

Modelo	Parámetro	Estimado	EE	LIC	LSC
Richards	β_0	32.42306	0.282	31.86338	32.98274
	<i>S</i>	22.9071	0.246	22.41976	23.3944
	β_2	0.807006	0.014	0.779451	0.83456
	Log(<i>su</i>)	2.341135	0.175	1.994088	2.688181
	Log(<i>se</i>)	1.231632	0.025	1.182302	1.280963
Gompertz	β_0	29.44567	0.205	29.03909	29.85226
	<i>S</i>	22.9659	0.165	22.6376	23.29412
	β_2	0.139544	0.003	0.133247	0.145841
	Log(<i>su</i>)	1.415407	0.114	1.189841	1.640973
	Log(<i>se</i>)	1.782048	0.036	1.710601	1.853494
Logístico	β_0	28.47712	0.182	28.11636	28.83789
	<i>S</i>	23.6834	0.276	23.13634	24.23053
	β_2	4.129235	0.097	3.935938	4.322532
	<i>su</i>	2.552242	0.202	2.150988	2.953497
	<i>se</i>	1.902714	0.038	1.826353	1.979074
Korf	β_0	56.3295	1.5945	53.1643	59.4946
	<i>S</i>	23.9305	0.0121	0.4373	0.4854
	β_2	0.4614	0.2239	23.4860	24.3750
	<i>su</i>	2.1413	0.1592	1.8253	2.4573
	<i>se</i>	1.0888	0.0220	1.0452	1.1324
Mitscherlich	β_0	30.90179	0.186	30.53305	31.27053
	<i>S</i>	23.2115	0.242	22.73174	23.69126
	β_2	0.973236	0.005	0.963301	0.98317
	<i>su</i>	2.315257	0.173	1.971054	2.65946
	<i>se</i>	1.289016	0.026	1.237383	1.34065
Weibull	β_0	33.38766	0.364	32.66541	34.1099
	<i>S</i>	22.8364	0.243	22.35341	23.31932
	β_2	0.847425	0.011	0.826227	0.868623
	Log(<i>su</i>)	2.320629	0.173	1.976982	2.664276
	Log(<i>se</i>)	1.211839	0.024	1.163302	1.260376

En términos del Índice de Ajuste (IA), los modelos de Korf y Mitscherlich se comportaron bastante bien, seguidos por los modelos de Richards y Weibull, superando al modelo de Gompertz y a la función Logística por un buen margen (**Cuadro 7**).



Cuadro 7. Estadísticos de las medidas de bondad de ajuste para los modelos parametrizados por tipo de curva. Vertiente del Pacífico, Costa Rica.

Table 7. Statistics of the goodness-of-fit test for the parameterized models by type of curve. Pacific Coast, Costa Rica.

Forma	Modelo	MD	MDA	RCME	IA
Anamórficos	Richards	-0.051	0.794	0.362	0.996
	Gompertz	-0.054	1.434	0.362	0.988
	Logístico	-0.083	2.116	0.363	0.974
	Korf	-0.022	0.155	0.362	1.000
	Mitscherlich	-0.008	0.509	0.361	0.999
Polimórficos	Weibull	-0.057	0.778	0.363	0.996
	Richards	-0.043	0.554	0.362	0.998
	Gompertz	-0.045	1.258	0.362	0.991
	Logístico	-0.111	2.295	0.364	0.969
	Korf	-0.009	0.272	0.361	1.000
	Mitscherlich	-0.005	0.329	0.361	0.999
	Weibull	-0.048	0.529	0.362	0.998

Entre todos los modelos no lineales utilizados en el presente estudio sobresale el modelo de Korf, el cual demostró ser el que mejor ajustó la información. Sin embargo, todos los modelos presentaron buenos estadísticos para la bondad de ajuste; no obstante, en términos puntuales, el modelo de Mitscherlich fue el segundo mejor, sobre todo en términos de sesgo (MDA), respecto al de Korf, tanto en su versión anamórfica como polimórfica.

3.3 Construcción de las curvas de Índice de Sitio

La dispersión de los residuos, en ambos gráficos, parece aceptable ya que no se aprecian ni patrones ni tendencias claras que pudieran indicar que existe algún problema serio con los residuales (**Figuras 4a y 4b**). Exceptuando algunos picos o cimas de poca monta, se observa un comportamiento bastante razonable de los errores, especialmente en la **Figura 4a**.



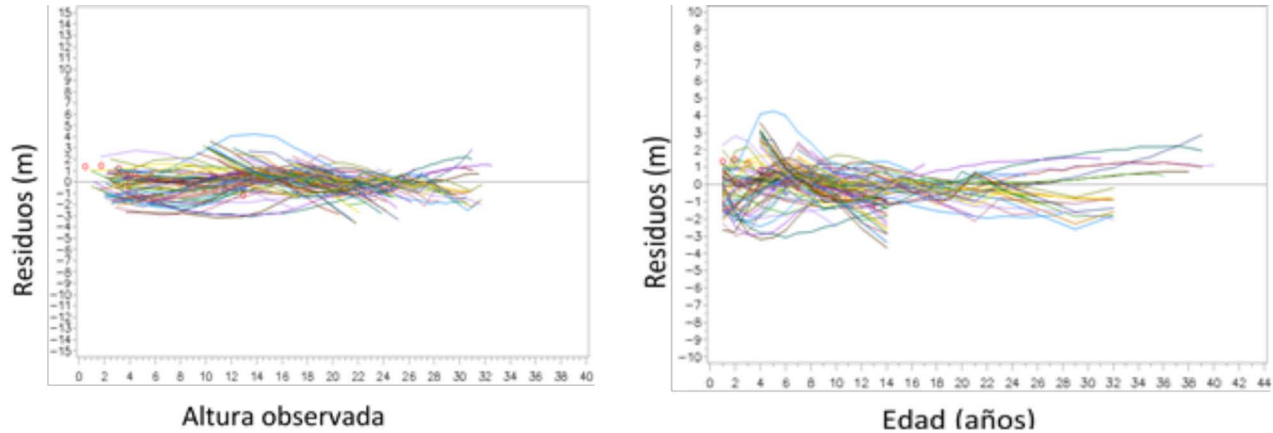


Figura 4. Gráficos de residuales para el mejor modelo (Korf polimórfico) reparametrizado en S y b_1 . a) Residuos entre la altura predicha y la observada, b) Residuos entre la edad predicha y la observada. Vertiente del Pacífico, Costa Rica.

Figure 4. Residual plots for the best model (polymorphic Korf) reparametrized in S and b_1 . a) Residuals between predicted and observed heights, b) Residuals between predicted and observed ages. Pacific Coast, Costa Rica.

En la **Figura 5** se observa que, fue necesario construir las curvas para los índices de sitio del 15 al 30 (a una edad base de 16 años), con el objetivo de abarcar todo el intervalo de sitios registrado; donde, $IS = 15$ representa el sitio de calidad más baja observado. Seguidamente se construyeron curvas de índice de sitio cada tres metros hasta alcanzar el $IS = 30$, el cual es el mejor sitio registrado por los datos.



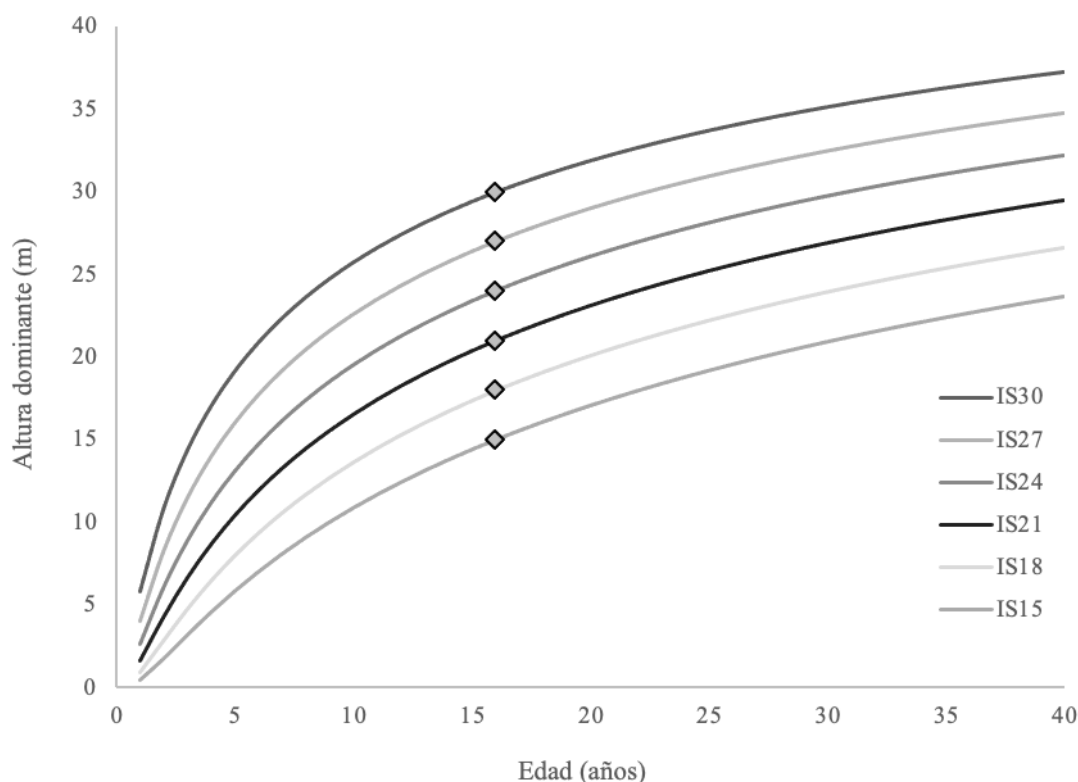


Figura 5. Curvas de índice de sitio polimórficas para 30, 27, 24, 21, 18 y 15 m de altura a la edad base de 16 años (Korf polimórfico) reparametrizado en S y b_1 . Vertiente del Pacífico, Costa Rica.

Figure 5. Polymorphic site index curves for 30, 27, 24, 21, 18 and 15 m height at the base age of 16 years (polymorphic Korf) reparametrized in S and b_1 . Pacific Coast, Costa Rica.

3.4 Aplicación de las curvas de índice de sitio

Supongamos que se desea calcular el índice de sitio para una parcela, o un grupo de parcelas; entonces, será necesario despejar el índice de sitio (S^r) del modelo polimórfico que se presenta en el **Cuadro 3**, el cual se representa de la siguiente manera:

$$H_m = \beta_0 \exp \left[(\ln (S^r) - \ln (\beta_0)) \left(\frac{E_b}{E} \right)^{\beta_2} \right] + \varepsilon_i$$

En este modelo, la altura dominante H_m es una función del índice de sitio (IS) y de la edad (E), siendo la edad base (E_b) una constante.



Hecha la transformación de seis pasos que se requiere para lograr la conversión del modelo, podemos representar el índice de sitio como una función de la altura dominante (H) y de la edad (E).

$$S^r = \exp \left[(\ln(H) - \ln(\beta_0)) \left(\frac{E}{E_b} \right)^{\beta_2} + \ln(\beta_0) \right]$$

Donde Hm y E son la altura dominante promedio (m) y la edad (años) de la parcela o rodal (m), $S^r = S+u$ es el índice de sitio a la edad base E_b , y β_0, β_2 son los estimados de los parámetros obtenidos para el modelo, según el **Cuadro 6**. Utilizando estos valores, podemos construir la ecuación que tenemos que usar para calcular el índice de sitio, de cualquier masa plantada de teca en la Vertiente del Pacífico de Costa Rica.

$$S^r = \exp \left[(\ln(H) - \ln(56.3295)) \left(\frac{E}{16} \right)^{0.4614} + \ln(56.3295) \right]$$

Utilizando otro enfoque más conservador, podemos obtener “bandas de confianza” ($\alpha = 0.5, t_{\alpha/2, 96 \text{ gl}} = 0.7$) para cada clase de índice de sitio seleccionada. Estas bandas fueron construidas utilizando la desviación estándar del coeficiente de efecto aleatorio u ($u = 0, Su = 2.14763$) y los coeficientes de los efectos fijos para el modelo de Korf polimórfico. Las bandas para cada calidad de sitio se muestran en el **Cuadro 8**.

Cuadro 8. Límites para las clases de Índice de sitio y porcentaje de distribución de los sitios por clase de sitio, para las plantaciones de teca en la vertiente del Pacífico de Costa Rica.

Table 8. Limits of the site index classes and site distribution percentage by site class for teak plantations on the Pacific slope of Costa Rica.

Categoría de sitios	Clase de sitio	Curva IS	Límites		Número de sitios	Porcentaje de sitios (%)
			Inferior (m)	Superior(m)		
Muy buenos	I	30	28.5	31.49	1	1.04
	II	27	25.5	28.49	13	13.54
Buenos	III	24	22.5	25.49	52	54.17
	IV	21	19.5	22.49	21	21.88
Malos	V	18	16.5	19.49	8	8.33
	VI	15	13.5	16.49	1	1.04



Akaike (AIC) y el criterio bayesiano de información (BIC), se pudo determinar que el modelo que tuvo mejor desempeño fue el de Korf, tanto para las curvas anamórficas como para las poli-mórficas, con un AIC de 2 681 y 2 573, respectivamente. El efecto beneficioso de estos criterios es reconocido porque logran compensar las diferencias en los grados de libertad que puedan surgir cuando se especifican los modelos con diferentes estructuras de errores. En el **Cuadro 6** se observa que el modelo de Korf mostró un valor asintótico muy alto (56.33 m) con respecto a los otros modelos. Sin embargo, hay que tener presente que este modelo fue desarrollado por Korf en 1939 trabajando en condiciones de bosques templados con edades que sobrepasan los 100 años (Zeide, 1993), lo cual está fuera de las edades de interés para estas plantaciones.

Según Fang y Bailey (2001) y Torres *et al.* (2012), no cabe duda de que al incorporar los efectos mixtos al modelo se mejora la calidad de las estimaciones de los efectos fijos (β_0 , β_1 y β_2), que son los que nos interesa calcular para construir las curvas de índice de sitio, esto es, la estructura de medias. Sin embargo, las mejoras en las predicciones se logran visualizar mejor cuando se utilizan los estimados de los efectos mixtos para hacer predicciones en sitios individuales (Fang & Bailey 2001). En este caso, no se realizó dicha comparación con el fin de mantener la orientación del trabajo fiel al enfoque que nos habíamos propuesto.

4.3 Construcción de las curvas de Índice de Sitio

Cuando se graficaron las alturas predichas por el modelo de Korf versus las alturas observadas, provenientes de los análisis fustales y de las parcelas permanentes, se formó una nube compacta de datos que no mostró discrepancias ni desviaciones que hicieran suponer que podría existir alguna incompatibilidad entre ambos juegos de datos. Este resultado es muy edificante pues los datos estimados por el modelo se apegan sólidamente a los valores observados en las plantaciones.

Al trabajar con los residuos, se observa que la dispersión de estos, en ambos gráficos, es bastante aceptable ya que no se aprecian patrones, ni tendencias claras, que pudieran indicar que exista algún problema serio con los residuales. Exceptuando algunos picos o cimas de poca monta, se observa un comportamiento bastante razonable de los errores, especialmente cuando se grafican los residuos contra las alturas observadas.

Al concluir todos los análisis de la información y habiendo elegido el modelo de Korf como el de mejor ajuste se procedió a construir las curvas de índice de sitio. Comenzando con el IS = 15, se fueron adicionando curvas de índice de sitio, cada tres metros, hasta alcanzar el IS = 30, el cual se constituyó en el mejor sitio contemplado en este sistema de clasificación de sitios basado en el crecimiento de la altura dominante versus la edad. Fue necesario construir las curvas para los índices de sitio entre 15 y 30, con el fin de abarcar todo el intervalo de sitios registrados por la muestra, donde el IS = 15 representa al sitio de calidad más baja dentro de este sistema de clasificación de terrenos.



Panamerican Woods, por la facilitar el acceso a las plantaciones ubicadas en Puerto Carrillo y por la ayuda en las labores de campo. A los propietarios de las plantaciones en Hojanca y Nandayure. A los señores Oldemar Fernández Chavarría (q.d.D.g.) y Norman Quirós propietarios de las plantaciones en Cóbano, Puntarenas. Un agradecimiento especial a los lectores que con sus aportes enriquecieron la discusión del documento. Agradecemos el apoyo brindado por el profesor de la Escuela de Matemática de la UNA, Jeremías Ramírez, en la construcción del modelo final para el cálculo del Índice de Sitio.

8. Referencias

- Acon y Asociados. (1991). *Manual descriptivo de suelos y de capacidad de uso del suelo en Costa Rica. Grupos y subgrupos*. Convenio MAG-SEPSA Mideplan. Programa de zonificación agropecuaria. Escala 1:200.000.
- Carman, W. H. (1972). Site index curves for upland oaks in central States. *Forest Science*, 18(2), 109–120.
- Carrero, O.; Jerez, M.; Macchiavelli, R.; Orlandoni, G.; Stock, J. (2008). Ajuste de curvas de índice de sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela. *Interciencia*, 33(4), 265-272.
- Clutter, J. L., Fortson, J. C., Pienaar, L. V., Brister, G. H., & Bailey, R. L. (1983). *Timber Management: a quantitative approach*. Wiley
- Curtis, R. (1964). A stem analysis approach to site index curves. *Forest Science*, 10, 241-256.
- Fang, Z., & Bailey, R. L. (2001). Nonlinear Mixed Effects Modeling for Slash Pine Dominant Height Growth Following Intensive Silvicultural Treatments. *Forest Science*, 47(3), 287-300.
- Floriano, E. P. I., Muller, C. A., Guimarães, F., & Schneider, P. R. (2006). Ajuste e seleção de modelos tradicionais para série temporal de dados de altura de árvores. *Ciência Florestal*, 16(2), 177-199. <https://doi.org/10.5902/198050981898>
- Friday, K. S. (1987). Site index curves for Teak. *Commonwealth Forestry Review*, 66(3), 239-253.
- García, O. (2005). Comparing and combining stem analysis and permanent sample plot data in site index models. *Forest Science*, 51(4), 277-283. <https://academic.oup.com/forestscience/article/51/4/277/4617597>
- Instituto Meteorológico Nacional. (1988). *Registro diario de observaciones pluviométricas en Cóbano de Puntarenas. Período 1980-1988*. San José, Costa Rica.



- Jerez-Rico, M., Moret-Barillas, A. Y., Carrero-Gámez, O. E., Macchiavelli, R. E., & Quevedo-Rojas, A. M. (2011). Curvas de índice de sitio basadas en modelos mixtos para plantaciones de Teca (*Tectona grandis* LF) en los llanos de Venezuela. *Agrociencia*, 45(1), 135-145. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-31952011000100012
- Keogh, R. M. (1982). Teak (*Tectona grandis* L.F.) provisional site classification chart for the Caribbean, Central America, Venezuela and Colombia. *Forest Ecology and Management*. 4(2), 143-153. [https://doi.org/10.1016/0378-1127\(82\)90011-1](https://doi.org/10.1016/0378-1127(82)90011-1)
- Kollert, W., & Kleine, M. (2017). Introduction. En W. Kollert & M. Kleine (Eds), *The Global Teak Study Analysis, Evaluation and Future Potential of Teak Resources*. [World Series Volume 36], pp. 15-16. <https://www.iufro.org/uploads/media/ws36.pdf>
- Kvålseth, T. O. (1985). Cautionary note about R2. *The American Statistician*, 39(4), 279-285. <https://doi.org/10.2307/2683704>
- Linnell Nemec, A. (1996). *Analysis of repeated measurements and time series: an introduction with forestry examples*. [Biometrics Information Handbook No.6, Working Paper 15/1995], Province of British Columbia, Ministry of Forests Research Program. www.for.gov.bc.ca/hfd/pubs/Docs/Wp/Wp15.pdf
- Littell, R. C., Milliken, G. A., Stroup, W. W., Wolfinger, R. D., & Schabenberger, O. (2006). SAS for Mixed Models (2da ed.). SAS Institute.
- Mayer, D. G., & Butler, D. G. (1993). Statistical validation. *Ecological Modelling*, 68 (1-2), 21-32. [https://doi.org/10.1016/0304-3800\(93\)90105-2](https://doi.org/10.1016/0304-3800(93)90105-2)
- Minoche, D., Herrero, C., Dominguez-Dominguez, M., & Martínez-Zurimendi, P. (2017). Determining the site index of Teak (*Tectona grandis* L.) plantations in Tabasco, Mexico. *Ciencia e Investigación Agraria*, 44(2), 154-167. <http://rcia.uc.cl/index.php/ijanr/article/view/1645>
- Mora, F., & Meza, V. (2003a). *Curvas de índice de sitio para Teca (Tectona grandis Linn.) en la Vertiente del Pacífico de Costa Rica*. [Memoria de Seminario de Plantaciones de Teca (*Tectona grandis*): posibilidades y perspectivas para su desarrollo, disco compacto], Heredia, Costa Rica.
- Mora, F., & Meza, V. (2003b). Comparación del crecimiento en altura de la Teca (*Tectona grandis* Linn.) con otros estudios previos en Costa Rica y en otras regiones del mundo. [Memoria de Seminario de Plantaciones de Teca (*Tectona grandis*): posibilidades y perspectivas para su desarrollo, disco compacto], Heredia, Costa Rica.





- Pereira da Cruz, J., Garcia Leite, H., Boechat Soares, C., Chagas Campos, J., Smit, L., & Saraiva Nogueir, G. (2008). Curvas de crescimento e de índice de local para povoamentos de *Tectona grandis* em Tangará da Serra, Mato Grosso. *Revista Arvore*, 32(4), 679-685. <https://doi.org/10.1590/S0100-67622008000400009>
- Prodan, M., Peters, R., Cox, F., & Real, P. (1997). *Mensura Forestal*. IICA-GTZ.
- SAS Institute Inc. (2010). SAS/STAT 9.2. *User's Guide*. SAS Institute Inc.
- Schabenberger, O., & Pierce, F. J. (2002). *Contemporary Statistical Models for the Plant and Soil Sciences*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781420040197>
- Skovsgaard, J. P., & Vanclay, J. K. (2008). Forest site productivity: A review of the evolution of dendrometric concepts for even-aged stands. *Forestry*, 81(1), 13-31. <https://doi.org/10.1093/forestry/cpm041>
- Tamarit-Urias, J., De los Santos-Posadas, H., Aldrete, A., Valdez-Lazalde, J., Ramírez-Maldonado, H., & Guerra-De la Cruz, V. (2014). Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia*, 48, 225-238. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-31952014000200008
- Torres, D. A., del Valle, J. I., & Restrepo, G. (2012). Site index for teak in Colombia. *Journal of Forestry Research*, 23(3), 405-411. <https://doi.org/10.1007/s11676-012-0277-x>
- von Bertalanffy, L. (1957). Quantitative Laws in Metabolism and Growth. *The Quarterly Review of Biology*, 32(3), 217-231. <https://doi.org/10.1086/401873>
- Zeide, B. (1993). Analysis of growth equations. *Forest Science*, 39(3), 594-616. <https://doi.org/10.1093/forestscience/39.3.594>

