



Revista Educación
ISSN: 0379-7082
ISSN: 2215-2644
revedu@gmail.com
Universidad de Costa Rica
Costa Rica

El afecto y el razonamiento covariacional: una reflexión sobre la importancia de su estudio

Nava Guzmán, Cristian; García González, María del Socorro; Sánchez Aguilar, Mario
El afecto y el razonamiento covariacional: una reflexión sobre la importancia de su estudio
Revista Educación, vol. 45, núm. 2, 2021
Universidad de Costa Rica, Costa Rica
Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44066178010>
DOI: <https://doi.org/10.15517/revedu.v45i1.40993>



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivar 3.0 Internacional.

El afecto y el razonamiento covariacional: una reflexión sobre la importancia de su estudio

Studying Covariational Affection and Reason: A Reflection on the Importance

Cristian Nava Guzmán
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México
cristian_nava@uaeh.edu.mx

 <https://orcid.org/0000-0003-3666-5912>

DOI: <https://doi.org/10.15517/revedu.v45i1.40993>
Redalyc: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44066178010>

María del Socorro García González
Universidad Autónoma de Guerrero, México
msgarcia@uagro.mx

 <https://orcid.org/0000-0001-7088-1075>

Mario Sánchez Aguilar
Instituto Politécnico Nacional, México
mosanchez@ipn.mx

 <https://orcid.org/0000-0002-1391-9388>

Recepción: 03 Abril 2020
Aprobación: 03 Octubre 2020

RESUMEN:

Este ensayo presenta una reflexión sobre la importancia del estudio de las emociones, en conexión con el razonamiento covariacional del estudiantado de matemáticas. Se inicia introduciendo a las personas lectoras al área de investigación denominada dominio afectivo en Educación Matemática, dando un panorama general sobre la relevancia y el tipo de estudios realizados en esta área de investigación. Se pone especial énfasis en mostrar las investigaciones más recientes que exploran las relaciones entre el afecto y la asignatura de cálculo; esto permite ilustrar la falta de estudios sobre las emociones que experimenta la población estudiantil al encontrarse con esta asignatura escolar. Se continúa introduciendo la noción de razonamiento covariacional, y se explica su importancia en el estudio de las matemáticas, particularmente en el cálculo. El ensayo cierra con una propuesta teórica y práctica sobre el por qué y cómo podríamos aproximarnos al estudio de las emociones y su conexión con el razonamiento covariacional.

PALABRAS CLAVE: Afecto, Emociones, Razonamiento Covariacional, Teoría Control-Valor, Emoción Epistémica, Educación Matemática, Cálculo.

ABSTRACT:

This essay focuses on the importance of analyzing emotions in terms of covariational reasoning among mathematics students. An introduction is provided to this area of research in mathematics education known as the affective domain with a general overview on its relevance. It is generally concluded that an overall lack of research exists to address relationships of student affection and its impact on Calculus performance. Practical and theoretical recommendations are then provided to approach the reasons why we should study emotions and their connection with covariational reasoning and suggestions as to how to approach this feat.

KEYWORDS: Affection, Emotions, Covariational Reasoning, Control-Value Theory, Epistemic Emotions, Mathematics Education, Calculus.

INTRODUCCIÓN

La experiencia práctica y la investigación educativa han mostrado la importancia del afecto en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Cualquier persona que haya estado en una clase de matemáticas —ya sea como estudiante o personal docente— sabe de las emociones que se pueden experimentar al intentar aprender

o enseñar matemáticas. Desde la frustración que le produce al cuerpo docente la falta de involucramiento de sus estudiantes, hasta el júbilo que vive el alumnado al lograr resolver un problema de matemáticas. La investigación educativa por su parte ha confirmado lo que sugiere nuestra experiencia práctica: que el afecto tiene una gran influencia en el aprendizaje matemático escolar, el cual, al igual que la enseñanza, implica procesos cognitivos y afectivos.

El reconocimiento de la importancia del afecto en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas ha producido un torrente de investigaciones educativas, el cual ha desembocado en el establecimiento de un área de investigación conocida como el *dominio afectivo en Educación Matemática* (Grootenboer y Marshman, 2016). Esta área ha producido estudios enfocados en creencias, actitudes, emociones, motivación, etc., de estudiantes y profesores/as de matemáticas de todo el mundo.

El cálculo, como una de las asignaturas escolares más importantes del área de matemáticas, no ha escapado de esta tendencia de investigación afectiva. Sin embargo, como se presentará más adelante, los estudios afectivos acerca de la enseñanza y aprendizaje del cálculo se han enfocado principalmente en indagar las actitudes del estudiantado hacia el cálculo. Poco se conoce acerca de las emociones que las personas experimentan al encontrarse con esta asignatura escolar.

El propósito de este ensayo es señalar y argumentar la importancia de ampliar y profundizar los estudios afectivos relacionados con el cálculo. En particular se argumenta la importancia de estudiar las emociones que experimenta la población estudiantil cuando se involucra con el razonamiento covariacional, el cual es un tipo de razonamiento fundamental para el estudio del cálculo.

Se comienza la argumentación explicando por qué es importante el afecto en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Posteriormente se ofrece un recorrido por la literatura especializada que muestra los tipos de investigaciones afectivas que se han desarrollado en el campo de las matemáticas, particularmente aquellas relacionadas con el cálculo. Se concluye este ensayo proponiendo una forma de analizar las emociones y el razonamiento covariacional, bosquejando la manera en que este tipo de investigación podría desarrollarse.

EL AFECTO EN EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

La Educación Matemática es la disciplina que estudia los fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, dentro de ésta existe un área llamada *dominio afectivo* o *afecto*, cuya primera caracterización fue propuesta por McLeod (1992) como un extenso rango de sentimientos y estados de ánimo que son generalmente considerados como algo diferente de la pura cognición. Además, reconoce como descriptores básicos del afecto a las actitudes, las emociones y las creencias, esta caracterización se adopta en el presente escrito. Con el paso del tiempo se han incluido otros constructos como la motivación y los valores (DeBellis y Goldin, 2006).

La importancia del afecto se debe a que se ha reconocido que junto a la cognición juega un papel relevante para el aprendizaje de las matemáticas. En el caso de las creencias, han sido consideradas como un factor poderoso que impacta la forma en que el alumnado aprende y utiliza las matemáticas, y por ello representan un obstáculo en su aprendizaje. Por ejemplo, quienes tienen creencias rígidas y negativas de las matemáticas y su aprendizaje, fácilmente se convertirán en aprendices pasivos (Pehkonen y Törner, 1996). De acuerdo con Callejo y Vila (2003), si una persona considera que la resolución de un problema es un proceso lineal donde no hay lugar para el ensayo y error, abandonará un problema cuando se le presente la primera dificultad y como consecuencia sus posibilidades de aprendizaje disminuyen. Kloosterman (2002) sugiere que las creencias del estudiantado afectan su interés y motivación en el aprendizaje de las matemáticas, y esto a su vez impacta en la naturaleza y el grado de participación en el aula. Además, si el alumnado cree firmemente en no poder resolver problemas matemáticos que requieren mucho tiempo, supondrá que todos los problemas matemáticos deben completarse en un corto período de tiempo, y cuando encuentre problemas más desafiantes, se desconectan completamente y pasa a otro problema (Ayebo y Mrytu, 2019).

Respecto a la formación de las creencias, se sabe que las experiencias escolares van formando las creencias del alumnado sobre las propias matemáticas. Se ha documentado que las experiencias de éxito o fracaso en las matemáticas como asignatura escolar provoca creencias negativas y positivas, respectivamente; por ejemplo, si las experiencias han sido malas, la creencia que se formará será negativa, como aquella de que las matemáticas son difíciles y a futuro se puede desencadenar una actitud negativa hacia su estudio. Pero también se ha señalado que las creencias hacia las matemáticas pueden ser influenciadas por el personal docente, la familia y el propio estudiantado (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2005).

Las emociones por su parte influyen de manera directa en las actividades específicas que realiza el alumnado en la clase de matemáticas, el caso más documentado es la resolución de problemas, ante ella el estudiantado puede presentar bloqueos que le provoquen emociones negativas como el estrés y la frustración, y el miedo a volver a enfrentarse a esa situación. Respecto al bachillerato, en Reino Unido, Lewis (2013) estudió el fenómeno de la desafección (motivación y emoción negativas) y encontró que la población estudiantil presentaba un estrés fuerte hacia las matemáticas como materia escolar, además de ansiedad, humillación, vergüenza y culpa, producto de sus experiencias previas con las matemáticas. En España, Pérez-Tyteca, Monje y Castro (2013) encontraron que el examen es la situación que más ansiedad provoca en el estudiantado en transición a la universidad. En México, los estudios de Martínez-Sierra y García-González (2014; 2016) se han enfocado en el bachillerato y la universidad, entre sus resultados se reportan la propia clase de matemáticas como situación que desencadena las emociones de miedo, aburrimiento y alivio; otra situación es la resolución de problemas que desencadena satisfacción, decepción, reproche y orgullo; y el examen que origina júbilo y congoja en la población estudiantil. Además, estos autores concluyen que las emociones son importantes porque guían las acciones que el alumnado realiza en el aula de clases, por ejemplo, no pasar al pizarrón por desconocer el tema o por miedo al personal docente, o dejar de poner atención si consideran la clase aburrida.

Respecto a las actitudes hacia las matemáticas, entre ellas se encuentran la percepción de dificultad, el rechazo, el aprecio, la curiosidad y el interés, tanto por la disciplina como por su aprendizaje, acentuando más el componente afectivo que el cognitivo (Hidalgo et al., 2005; Gómez-Chacón, 2000). Un resultado relevante sobre la formación de actitudes en el estudiantado es que ésta depende del nivel escolar, pues las actitudes no se consolidan en edades tempranas (Hidalgo, Maroto y Palacios, 2004), sino a finales de la escuela primaria (6-12 años) y durante la escuela secundaria (12-15 años). Respecto a su importancia, ésta se debe a que al igual que las emociones y las creencias, influyen la relación del alumnado con las matemáticas. Una de las relaciones ampliamente estudiada ha sido el rendimiento académico. Neale (1969) encontró que la población estudiantil con actitudes positivas tiene mejor rendimiento; sin embargo, los resultados posteriores no muestran una relación consistente entre la actitud y el rendimiento académico, por ejemplo, se encontró que el alumnado japonés tenía buen rendimiento académico, pero se mostraba apático hacia las matemáticas (McKnigh et al., 1987). Hasta el momento no se ha logrado establecer una dirección de causalidad unidireccional entre actitud y rendimiento académico (Yee, 2010 ; Ma y Xu, 2004), más bien existe una relación recíproca entre afecto y rendimiento académico (Hannula, 2012).

INVESTIGACIONES AFECTIVAS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

La primera agenda de investigación sistemática para estudiar el afecto relacionado con las matemáticas se inició dentro de la psicología social en la década de 1970, centrándose en la ansiedad matemática como una rama específica de la ansiedad. Los resultados de estas indagaciones mostraron que la ansiedad matemática está relacionada con la ansiedad general, la ansiedad ante los exámenes y el bajo rendimiento matemático (Hannula, 2020). Posteriormente desde la Educación Matemática, McLeod (1992) sintetizó los primeros hallazgos relacionados con el afecto y las matemáticas en el que ha sido considerada la primera obra del afecto

Affect and Mathematical Problem Solving: A New Perspective. A partir de entonces, la investigación sobre afecto ha tenido una amplia trayectoria.

Las primeras investigaciones sobre el afecto se centraron en las actitudes, las cuales se estudiaban desde 3 significados diferentes (Di Martino y Zan, 2010): a) Una definición simple que describe la actitud como el grado positivo o negativo de afecto asociado con las matemáticas, por ejemplo, el gusto y disgusto por las matemáticas. b) Una definición tripartita que reconoce tres componentes de actitud: la respuesta emocional hacia las matemáticas, las creencias sobre las matemáticas y el comportamiento relacionados con las matemáticas. De ahí que el estudio de la actitud se vincule con creencias y emociones. c) Una definición bidimensional en la que, con respecto a la anterior, los comportamientos no aparecen explícitamente.

Respecto a los resultados de las investigaciones sobre actitudes, se identificó la tendencia general de que la relación del estudiantado con las matemáticas tiende a ser más negativa en el transcurso de los años escolares (McLeod, 1992). Con el paso del tiempo las actitudes fueron estudiadas durante la resolución de problemas matemáticos (Gómez-Chacón, 2000), y hacia diferentes áreas de la matemática como la estadística (Aparicio y Bazán, 2008) y el cálculo (ver la siguiente sección).

Otro resultado relevante de los estudios de actitud es el género. Desde los primeros estudios se encontró que las mujeres muestran poca confianza para elegir a las matemáticas en sus cursos, esto debido a la creencia de que son un dominio exclusivamente masculino (Fennema y Sherman, 1978). Esta creencia de las matemáticas como dominio masculino, quedó al descubierto en la investigación de Fennema (1979), donde se encontró que la creencia de los hombres acerca de que las matemáticas son un dominio masculino, es transmitida sutilmente a las mujeres e influye en ellas a la hora de elegir carreras. Estudios recientes muestran que la creencia sobre las matemáticas como dominio masculino sigue estando presente en mujeres desde edades tempranas (ver por ejemplo Markovits y Forgasz, 2017).

Respecto a cuestiones metodológicas, la actitud se estudia desde el paradigma cuantitativo mediante el uso de escalas con las que se pretende *medir* la actitud del estudiantado hacia las matemáticas. Entre ellas, dos de las más influyentes son la escala de *Fennema-Sherman* (Fennema y Sherman, 1978) y la escala de actitud hacia la estadística de Auzmendi (Auzmendi, 1992), de las que se han hecho adaptaciones en diferentes países. Otro paradigma de estudio es el cualitativo, en él se opta por darle voz al estudiantado mediante cuestionarios, relatos, narrativas, entrevistas y observaciones de clase para analizar su discurso e identificar las actitudes que experimenta (Di Martino y Zan, 2010).

La investigación de las creencias hacia las matemáticas es la segunda más amplia en el afecto, el interés principal de su estudio se ha centrado en indagar su influencia en el aprendizaje de las matemáticas y en su valoración como asignatura escolar. Al igual que la actitud, se ha indagado desde la perspectiva cualitativa por medio de entrevistas, además, se ha incluido el uso de metáforas de la matemática con animales para facilitar la expresión de las creencias hacia las matemáticas en la población infantil (Markovits y Forgasz, 2017). Y desde la perspectiva cuantitativa se hace uso de escalas o cuestionarios de opción múltiple, entre ellos el *Mathematics-Related Beliefs Questionnaire* (Op 't Eynde y De Corte, 2003). Un tema central en los estudios de las creencias ha sido la búsqueda de estrategias para que éstas cambien, con la finalidad de mejorar el aprendizaje de las matemáticas.

En el caso de las emociones, los inicios de la investigación se centraron en analizarlas durante la resolución de problemas matemáticos (Middleton, Jansen y Goldin, 2018), con el paso del tiempo se ha extendido a estudiarlas durante la enseñanza de las matemáticas, con el fin de conocer las situaciones que desencadenan las emociones en el alumnado, con un énfasis en conocer las emociones negativas con el fin de regularlas. La regulación emocional es uno de los temas más recientes (Hannula, 2020).

Aunque las investigaciones sobre afecto han tratado de explicar la relación con el aprendizaje de las matemáticas, ésta se ha enfocado más en estudiar las relaciones del estudiante con la propia clase de matemáticas, con los contenidos, con el aprendizaje de las matemáticas y con la resolución de problemas, pero se ha dejado de lado la relación del afecto con los procesos cognitivos que desencadenan las matemáticas.

Es decir, hasta el momento no se conoce la relación que guarda, por ejemplo, el razonamiento matemático y el afecto, solo se ha demostrado que los estados emocionales del alumnado y el razonamiento matemático están profundamente entrelazados (Goldin, 2000), pero no se conoce a profundidad esta relación (Weber, 2008). Así que uno de los temas pendientes en la agenda del afecto es el estudio de los estados afectivos y cognitivos de manera simultánea (Zan, Brown, Evans y Hannula, 2006; Middleton et al., 2018). Al respecto, Di Martino, Gómez-Chacón, Liljedahl, Pantziara y Schukajlow (2017) proponen investigar la influencia de las emociones en una actividad matemática particular, con la finalidad de conocer la relación entre el razonamiento matemático que se demanda y la emoción que se desencadena, pues dependiendo de la valoración del estudiantado, podría no sentirse lo mismo al trabajar aritmética o cálculo.

ESTUDIOS SOBRE AFECTO Y CÁLCULO

Debido a que el propósito de este ensayo está conectado a los estudios afectivos relacionados con el cálculo, es de particular interés mostrar un panorama general y actualizado de los estudios sobre cálculo desarrollados desde el afecto.

Una revisión en las revistas de investigación mejor posicionadas en el campo de Educación Matemática muestra que los estudios sobre el afecto y el cálculo son escasos en el periodo 2010-2020, y los estudios existentes mayoritariamente se enfocan en indagar las actitudes del alumnado hacia el cálculo.

Tomando como referencia las revistas mejor posicionadas de acuerdo con los rankings especializados desarrollados en los últimos años (ver Andrade-Molina, Montecino y Aguilar, 2020; Williams y Leatham, 2017; Toerner y Arzarello, 2012), se indagó en los sitios web de las revistas utilizando su buscador e insertando combinaciones de la palabra clave *cálculo* con las siguientes: *afecto*, *actitudes*, *creencias*, *emociones*. Cuando fue necesario se hicieron las correspondientes traducciones al inglés y al portugués.

Esta indagación muestra que los pocos estudios existentes se han enfocado principalmente en las actitudes hacia el cálculo de la población estudiantil de bachillerato y universidad. En dichos estudios la actitud se describe como el grado positivo o negativo de afecto asociado con el cálculo (Pyzdrowski, Sun, Curtis, Miller, Winn y Hensel, 2013; Sonnert, Sadler, Sadler y Bressoud, 2015), y desde su definición tripartita (Daza y Garza, 2018). En ambos casos el interés de investigación reside en describir la relación afectiva del alumnado con el cálculo como asignatura escolar, y los factores que la determinan.

Por ejemplo, el trabajo de Daza y Garza (2018) caracteriza las actitudes del alumnado de bachillerato hacia el cálculo diferencial e integral; ellos muestran que la mayoría de la población participante en su estudio expresa un rechazo hacia la asignatura de cálculo, y una actitud negativa hacia la metodología de enseñanza, el examen escrito como forma predominante de evaluación, las actividades de aprendizaje, y la actitud del personal docente en el aula.

Se ha sugerido también que las actitudes y disposición del estudiantado son indicadores del éxito académico en cálculo. Así lo propone el estudio desarrollado por Pyzdrowski et al. (2013), quienes encuentran que la población universitaria con disposición y actitudes positivas hacia las matemáticas, en general, suele tener un mejor desempeño académico en los cursos de cálculo.

La importancia de las actitudes del alumnado hacia las matemáticas en general, y hacia el cálculo en particular, ha motivado que algunos investigadores se enfoquen en tratar de determinar qué factores definen o moldean dichas actitudes. Por ejemplo, el estudio reportado por Sonnert et al., (2015) ilustra cómo la pedagogía utilizada por el personal docente de cálculo puede tener un impacto sustancial no solo en las actitudes de la población universitaria hacia las matemáticas, sino también en sus deseos de estudiar más matemáticas.

Esta revisión de literatura muestra cómo la investigación sobre afecto y cálculo se ha centrado principalmente en el estudio de las actitudes del estudiantado hacia dicha asignatura escolar. Existen excepciones como el trabajo de Eichler y Erens (2014) el cual se enfoca en indagar las creencias del personal

docente hacia la enseñanza del cálculo, sin embargo, el dominio de los estudios centrados en las actitudes del alumnado hacia el cálculo es evidente. Por lo tanto, es necesario ampliar el foco de la investigación afectiva en cálculo. Por ejemplo, se considera relevante identificar y caracterizar las emociones que el alumnado experimenta cuando se enfrenta al estudio de esta asignatura escolar, pero particularmente cuando intenta ejercer el tipo de razonamiento que es fundamental para comprender la matemática del cambio. En la siguiente sección se amplía este argumento.

EMOCIONES Y RAZONAMIENTO COVARIACIONAL

El *razonamiento matemático* se entiende como el conjunto de estructuras conceptuales y acciones mentales que se usan para resolver problemas de índole matemática (Thompson, 1990). El razonamiento brinda coherencia al estudiante durante el aprendizaje de las matemáticas y le ofrece una experiencia intelectual satisfactoria (Hiebert, Carpenter, Fenneman, Fuson, Wearne, Murray, Olivier y Human, 1997). Existen diferentes tipos de razonamiento matemático, en particular se centra la atención en el razonamiento covariacional, caracterizado por Thompson y Carlson (2018) como la forma de razonar del alumnado ante actividades que implican el aumento o disminución de una cantidad simultáneamente con el aumento o disminución de otra cantidad. Por ejemplo, piense en que se encuentra atravesando una calle en la que no hay semáforo, y el flujo de los autos es continuo, ¿en qué momento se atrevería a cruzar?, para responder esta pregunta necesita analizar la distancia que hay entre un coche y otro y el tiempo que usted requiere para cruzar al otro lado, cuando se enfrenta a esta situación, está haciendo uso de su razonamiento covariacional.

El razonamiento covariacional ha sido considerado fundacional para el aprendizaje del cálculo (Thompson y Carlson, 2018), ya que el cálculo es el área de las matemáticas dedicada al estudio del *cambio*. El razonamiento covariacional hace énfasis en la cantidad, la coordinación de los valores de las cantidades que cambian y las formas en que la persona concibe las cantidades variando (Castillo-Garsow, 2012); en el ejemplo de cruzar la calle, las cantidades que varían de manera simultánea son la distancia y el tiempo. Para ahondar en el razonamiento covariacional se recomienda la lectura: *Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically* (Thompson y Carlson, 2018).

Desde la investigación sobre razonamiento covariacional se ha enfatizado la necesidad de diseñar actividades que procuren el aprendizaje del alumnado sobre este tipo de razonamiento (Goldenberg, Lewis y O'Keefe, 1992; Stein, Baxter y Leinhardt, 1990), pero el énfasis recae en aspectos de índole cognitiva, lo que es desafortunado, ya que se sabe que el afecto es inseparable de la cognición para el aprendizaje de las matemáticas, y el razonamiento covariacional es un tipo de razonamiento matemático. Se considera que un camino para el diseño de actividades que promuevan el razonamiento covariacional es estudiar la relación que existe entre las emociones y el razonamiento covariacional, de esta manera se podría identificar el tipo de actividades que favorecen un ambiente emocional estable para el aprendizaje de este tipo de razonamiento, por ejemplo, mediante el uso de materiales manipulativos o la simulación.

UNA PROPUESTA PARA ESTUDIAR LAS EMOCIONES Y EL RAZONAMIENTO COVARIACIONAL

Como ha quedado evidenciado en las secciones anteriores, existe un pequeño conjunto de personas interesadas en el área del cálculo que ha volteado su mirada hacia las actitudes y creencias del estudiantado (ver, por ejemplo, Liu y Niess, 2006; Tapia y Moldavan, 2007; Pyzdrowski, et al., 2013; Mendezabal y Tindowen, 2018; Daza y Garza, 2018), pero se han dejado de lado el estudio de las emociones. Se considera que una razón puede ser que las emociones son metodológicamente complicadas de acceder, es decir ¿cómo podrían estudiarse las emociones cuando se razona covariacionalmente?

La respuesta a la pregunta anterior se encuentra en lo que se denominan emociones académicas en la teoría de Control-Valor (Pekrun, 2006), es decir, aquellas emociones que se experimentan solamente en el contexto escolar. Existen 3 grupos de emociones académicas, *las emociones de logro*; que se relacionan con el éxito o el fracaso de una tarea escolar, por ejemplo, el disfrute por resolver un problema o la ira por no poder resolverlo; *las emociones sociales*, que se desencadenan en relación hacia las y los demás, por ejemplo, la envidia entre el estudiantado o la admiración hacia el personal docente; y *las emociones epistémicas*, que tienen como objeto los aspectos del aprendizaje que generan conocimiento como resultado de las cualidades cognitivas y epistémicas de la información y el procesamiento de esa información, entre ellas, la sorpresa, la curiosidad, la confusión, la frustración, y la ansiedad (Chevrier, Muis, Trevors, Pekrun y Sinatra, 2019).

Desde la clasificación anterior se considera que el razonamiento covariacional puede desencadenar emociones del tipo epistémicas, de ahí que se sugiere la teoría de Control-Valor como un marco idóneo para el estudio de las emociones y este tipo de razonamiento. Para no cerrar la presente sección con sólo una propuesta teórica, en seguida se detalla una vía para estudiar las emociones epistémicas del alumnado al resolver actividades que demandan el razonamiento covariacional. Se propone al estudiantado resolver la siguiente actividad:

Una rueda de la fortuna de 5 metros de radio tarda 1.2 minutos en dar la vuelta completa. Un pasajero sube a la rueda de la fortuna, se encuentra en la parte inferior de la rueda e inicia su viaje por el juego mecánico. La plataforma para abordar a la rueda de la fortuna se encuentra a una distancia de 3 metros del piso. Con la información anterior, completa la Tabla 1 (basado en Moore y Carlson, 2012).

TABLA 1
Registro de la distancia recorrida y altura, al dar una vuelta en la rueda de la fortuna.

Vuelta	Distancia recorrida	Altura
$\frac{1}{4}$ <i>de vuelta</i>	7.9 metros	8 metros
$\frac{1}{2}$ <i>vuelta</i>	15.7 metros	13 metros
$\frac{3}{4}$ <i>de vuelta</i>	23.5 metros	8 metros
Vuelta completa	31.4 metros	3 metros

Fuente: Elaboración propia

El problema anterior demanda el uso del razonamiento covariacional, ya que para completar la tabla se debe ser capaz de percibir el cambio simultáneo de la distancia recorrida y la altura del pasajero al completar diferentes fracciones de vueltas en el juego mecánico. Cuando se intente resolver este problema, se puede experimentar confusión al no ser capaz de coordinar los aumentos en la distancia recorrida que ocurren simultáneamente con los cambios de altura, como ejemplo en el cálculo de $\frac{1}{4}$ de vuelta, es posible que el estudiantado se enfoque en la variación de la distancia o la altura sin coordinar los valores y no sea capaz de establecer una relación entre las cantidades para el llenado de la Tabla 1, como consecuencia 1) abandone

la tarea para evitar sentir frustración, 2) persista en la tarea, por ejemplo, realizar un dibujo de la rueda de la fortuna para señalar las diferentes partes del trayecto, de esta manera, si logra responder el problema, la confusión puede ser reemplazada por el disfrute.

Para indagar las emociones, se plantea el paradigma cualitativo, mediante la grabación en video del estudiantado al resolver el problema, posteriormente se seleccionan los episodios en donde se infiera una emoción de bloqueo o la persistencia del estudiantado. Luego, en una entrevista se le muestra el episodio y se le cuestiona sobre lo que recuerda que experimentó en ese momento, esto se asemeja a una entrevista de *recuerdo estimulado* (Schepens, Aelterman y Van Keer, 2007). Las respuestas de la entrevista se analizarían con la teoría de Control-Valor para interpretar el control del alumnado en la actividad realizada al tener la capacidad, o no, de razonar el cambio simultáneo de la altura y la distancia, además, de conocer el valor que le asocia a la actividad, por ejemplo, la ponderación de la actividad en la calificación en la clase de cálculo. Al identificar las valoraciones cognitivas de control sobre la actividad covariacional y su valor, se estará en condiciones de conocer la emoción epistémica desencadenada en el alumnado.

CONCLUSIONES

En el presente escrito se resalta la importancia del estudio de las emociones y el razonamiento covariacional del alumnado en el aprendizaje del cálculo. Se evidenció desde el dominio afectivo una trayectoria de investigaciones sobre las creencias, las emociones y las actitudes, y desde la cognición se ilustró cómo las personas especialistas se han enfocado en el estudio del razonamiento covariacional exclusivamente, sin prestar atención al afecto del estudiantado —el cual es inseparable de la cognición para el aprendizaje de las matemáticas—. Así, se argumenta que es pertinente y necesario el desarrollo de investigaciones, desde el campo de la Educación Matemática, donde el afecto y la cognición se encuentren.

Es en este punto de encuentro que se discute una propuesta para el estudio de las emociones y el razonamiento covariacional, debido a que influyen en actividades específicas como la coordinación simultánea del cambio en cantidades, importantes para comprender la matemática del cambio. Además, se presenta una propuesta teórica y práctica que responde una interrogante clave, ¿cómo podrían estudiarse las emociones cuando se razona covariacionalmente?

Se da respuesta a la pregunta anterior a través de dos aproximaciones teóricas: la teoría de control-valor (Pekrun, 2006) y los niveles de razonamiento covariacional (Thompson y Carlson, 2018). Se sugiere un método de estudio cualitativo para el estudio de las emociones y el razonamiento covariacional, con la intención de profundizar y conocer cómo se relaciona el afecto y la cognición del alumnado al aprender matemáticas, particularmente contenidos relacionados con el cálculo.

Finalmente, se hace un llamado a la comunidad de Educación Matemática para abordar perspectivas de investigación donde el afecto y la cognición se encuentren, y brindar al alumnado un vehículo afectivo que le permita el desarrollo de su pensamiento matemático.

REFERENCIAS

- Andrade-Molina, M., Montecino, A., y Aguilar, M. S. (2020). Beyond quality metrics: defying journal rankings as the philosopher's stone of mathematics education research. [Más allá de las métricas de calidad: Desafiar las clasificaciones de las revistas como la piedra filosofal de la investigación en educación matemática]. *Educational Studies in Mathematics*, 103(3), 359-374. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09932-9>
- Aparicio, A., y Bazán, J. (2008). Aspectos afectivos intervinientes en el aprendizaje de la estadística: las actitudes y sus formas de evaluación. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 21, 180-189. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/4906/1/AparicioAspectosALME2008.pdf>

- Auzmendi, E. (1992). *Las actitudes hacia la matemática/estadística en las enseñanzas medias y universitaria*. España: Mensajero.
- Ayebo, A., y Mrutu, A. (2019). An exploration of calculus students' beliefs about mathematics. [Una exploración de las creencias de los estudiantes de cálculo acerca de las matemáticas]. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(2), 395-419. doi: <https://doi.org/10.29333/iejme/5728>
- Callejo, M., y Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 173-194. Recuperado de <https://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol10/mcallejo+vila.pdf>
- Castillo-Garsow, C. (2012). Continuous quantitative reasoning. [Razonamiento cuantitativo continuo]. En R. L. Mayes y L. Hatfield (Eds.), *Quantitative reasoning and mathematical modelling: A driver for STEM integrated education and teacher in context*, WISDOMe Monographs (Vol. 2, pp. 55-73). Laramie: University of Wyoming. Recuperado de http://www.uwyo.edu/wisdome/_files/documents/castillo_garsow.pdf
- Chevrier, M., Muis, K. R., Trevors, G. J., Pekrun, R., y Sinatra, G. M. (2019). Exploring the antecedents and consequences of epistemic emotions. [Explorando los antecedentes y consecuencias de las emociones epistémicas]. *Learning and instruction*, 63, Artículo 101209. doi: <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2019.05.006>
- Daza, G., y Garza, B. (2018). Actitudes hacia el cálculo diferencial e integral: caracterización de estudiantes mexicanos del nivel medio superior. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(60), 279-302. doi: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a14>
- DeBellis, V. A., y Goldin, G. A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. [Afecto y meta-afecto en la resolución de problemas matemáticos]. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 131-147. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9026-4>
- Di Martino, P., y Zan, R. (2010). "Me and maths": towards a definition of attitude grounded on students' narratives. ["Yo y las matemáticas": hacia una definición de la actitud fundada en las narrativas de los estudiantes]. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(1), 27-48. doi: <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9134-z>
- Di Martino, P., Gómez-Chacón, I., Liljehal, P., Pantziara, M., y Schukajlow, S. (2017). Introduction to the papers of TWG 08: Affect and mathematical thinking. [Introducción a los artículos del TWG: 08: Afecto y pensamiento matemático]. En T. Doodley y G. Gueudet, (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1038-1041). Dublín, Irlanda: DCU Institute of Education y ERME. Recuperado de <https://hal.archives-ouvertes.fr/CERME10-TWG08/hal-01936035v1>
- Eichler, A., y Erens, R. (2014). Domain-specific beliefs systems of secondary mathematics teachers. [Sistemas de creencias de dominio específico de profesores de matemáticas de secundaria]. En B. Pepin y B. Roesken-Winter (Eds.), *From beliefs to dynamic affect systems in mathematics education* (pp. 179-200). Cham, Suiza: Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-06808-4_9
- Fennema, E. (1979). Women and girl in mathematics—Equity in mathematics education. [Mujeres y niñas en matemáticas—Equidad en educación matemática]. *Educational Studies in Mathematics*, 10(4), 389-401. doi: <https://doi.org/10.1007/BF00417086>
- Fennema, E., y Sherman, J. (1978). Sex-related differences in mathematics achievement and related factors: A further study. [Diferencias relacionadas con el género en el logro de las matemáticas y factores relacionados]. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9(3), 189-203. doi: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.9.3.0189>
- Goldenberg, E. P., Lewis, P., y O'Keefe, J. (1992). Dynamic representation and the development of a process understanding of function. [Representación dinámica y desarrollo en el proceso de comprensión de función]. En G. Harel y E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 235-260). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Goldin, G. (2000). Affective pathways and representation in mathematical problem solving. [Rutas afectivas y representación en la resolución de problemas matemáticos]. *Mathematical Thinking and Learning* 2(3), 209-219. doi: https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0203_3
- Gómez-Chacón, I. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid España: Narcea.

- Grootenboer, P., y Marshman, M. (2016). The affective domain, mathematics, and mathematics education. [El dominio afectivo, matemáticas y educación matemática]. En P. Grootenboer y M. Marshman (Eds.), *Mathematics, affect and learning: Middle school students' beliefs and attitudes about mathematics education* (pp. 13-33). Singapur: Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-981-287-679-9_2
- Hannula, M. S. (2012). Exploring new dimensions of mathematics-related affect: embodied and social theories. [Explorando nuevas dimensiones de las matemáticas relacionadas con el afecto: Incorporado y teorías sociales]. *Research in Mathematics Education*, 14(2), 137-161. doi: <https://doi.org/10.1080/14794802.2012.694281>
- Hannula, M. S. (2020). Affect in Mathematics Education. [Afecto en matemática educativa]. En D. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 32-36). Suiza: Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_174
- Hidalgo, S., Maroto, A., y Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. *Revista de Educación, Ministerio de Educación y Ciencia*, 334, 75-99. Recuperado de http://www.revistaeducacion.educacion.es/re334/re334_06.pdf
- Hidalgo, S., Maroto, A., y Palacios, A. (2005). El perfil emocional matemático como predictor de rechazo escolar: relación con las destrezas y los conocimientos desde una perspectiva evolutiva. *Educación Matemática*, 17(2), 89-116. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/13097/1/Hidalgo2005El.pdf>
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., ... Human, P. (1997). *Making Sense: Teaching and Learning Mathematics with Understanding*. [Hacer con sentido: Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con entendimiento], Portsmouth, New Hampshire: Heinemann.
- Kloosterman, P. (2002). Beliefs about mathematics and mathematics learning in the secondary school: Measurement and the implications for motivation. [Creencias sobre las matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela secundaria]. En G. C. Leder, E. Pehkonen y G. Torner (Eds.), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 247-269). Dordrecht: Kluwer. doi: <https://doi.org/10.1007/0-306-47958-3>
- Lewis, G. (2013). Emotion and disaffection with school mathematics. [Emoción y desafección con las matemáticas escolares]. *Research in Mathematics Education*, 15(1), 70-86. doi: <https://doi.org/10.1080/14794802.2012.756636>
- Liu, P., y Niess, M. (2006). An exploratory study of college students' views of mathematical thinking in a historical approach calculus course. [Un estudio exploratorio de las visiones de los estudiantes universitarios acerca del pensamiento matemático en un curso de cálculo con una aproximación histórica]. *Mathematical Thinking and Learning*, 8(4), 373-306. doi: https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0804_2
- Ma, X., y Xu, J. (2004). Determining the causal ordering between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. [Determinando el orden causal entre la actitud hacia las matemáticas y el logro en matemáticas]. *American Journal of Education*, 110(3), 256-280. doi: <https://doi.org/10.1086/383074>
- Markovits, Z., y Forgasz, H. (2017). "Mathematics is like a lion": Elementary students' beliefs about mathematics. ["Las matemáticas son como un león": Creencias de estudiantes de primaria sobre las matemáticas]. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 49-64. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9759-2>
- Martínez-Sierra, G., y García-González, M. (2014). High school students' emotional experiences in mathematics classes. [Experiencias emocionales de estudiantes de bachillerato en clases de matemáticas]. *Research in Mathematics Education*, 16(3), 234-250. doi: <https://doi.org/10.1080/14794802.2014.895676>
- Martínez-Sierra, G., y García-González, M. (2016). Undergraduate mathematics students' emotional experiences in Linear Algebra. [Experiencias emocionales de estudiantes de matemáticas universitarios en álgebra lineal]. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 87-106. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9634-y>
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. [Investigación sobre afecto en matemática educativa: Una reconceptualización]. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics learning and teaching* (pp 575-596). New York: Macmillan.
- McKnight, C. C., Crosswhite, F. J., Dossey, J. A., Kifer, E., Swafford, J. O., Travers, K. J., y Cooney, T. J. (1987). *The Underachieving Curriculum: Assessing U.S. School Mathematics from an International Perspective*. USA: Stipes. Recuperado de <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED297930.pdf>

- Mendezabal, M., y Tindowen, D. (2018). Improving students' attitude, conceptual understanding and procedural skills in differential calculus through Microsoft mathematics. [Mejorando la actitud de los estudiantes, su comprensión conceptual y sus habilidades procedimentales en cálculo diferencial mediante Microsoft mathematics]. *Journal of technology and science education*, 8(4), 385-397. doi: <https://doi.org/10.3926/jotse.356>
- Middleton, J., Jansen, A., y Goldin, G. (2018). The Complexities of Mathematical Engagement: Motivation, Affect, and Social Interactions. [Las complejidades del compromiso matemático: motivación, afecto e interacción social]. En J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 680 - 712). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Moore, K. C., y Carlson, M. P. (2012). Students' images of problem contexts when solving applied problems. [Imágenes de estudiantes en contextos cuando resuelven problemas aplicados]. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31(1), 48-59. doi: <http://doi.org/10.1016/j.jmathb.2011.09.001>
- Neale, D. (1969). The role of attitudes in learning mathematics. [El rol de las actitudes en el aprendizaje de las matemáticas]. *Arithmetic Teacher*, 16(2), 631-640.
- Op #t Eynde, P., y De Corte, E. (2003, abril 21-25). *Students' mathematics-related beliefs systems: design and analysis of a questionnaire* [Sistemas de creencias relacionadas con las matemáticas en estudiantes: diseño y análisis de un cuestionario]. Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago, IL, Estados Unidos. Recuperado de <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED475708.pdf>
- Pehkonen, E., y Törner, G. (1996). Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. [Creencias matemáticas y diferentes aspectos de su significado]. *ZDM- The International Journal on Mathematics Education*, 96(4), 101-108.
- Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotion: Assumptions corollaries, and implications for educational research and practice. [Teoría de control valor para emociones de logro: supuestos, corolarios e implicaciones en investigación educativa y práctica]. *Educational Psychology Review*, 18(4), 315-341. doi: <https://doi.org/10.1007/s10648-006-9029-9>
- Pérez-Tyteca, P., Monje, J., y Castro, E. (2013). Afecto y matemáticas. Diseño de una entrevista para acceder a los sentimientos de alumnos adolescentes. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 4(1), 65-82. doi: <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i4.55>
- Pyzdrowski, L., Sun, Y., Curtis, R., Miller, D., Winn, G., y Hensel, R. (2013). Readiness and attitudes as indicators for success in college calculus. [Preparación y actitudes como indicadores de éxito en cálculo]. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11(1), 529-554. doi: <https://doi.org/10.1007/s10763-012-9352-1>
- Schepens, A., Aelterman, A., y Van Keer, H. (2007). Studying learning processes of student teachers with stimulated recall interviews through changes in interactive cognitions. [Estudiar los procesos de aprendizaje de los futuros profesores con entrevistas de recuerdo estimulado a través de cambios en las cogniciones interactivas]. *Teaching and Teacher Education*, 23(4), 457-472. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.12.014>
- Sonnert, G., Sadler, P. M., Sadler, S. M., y Bressoud, D. M. (2015). The impact of instructor pedagogy on college calculus students' attitude toward mathematics. [El impacto del instructor de pedagogía en las actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de cálculo]. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(3), 370-387. doi: <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2014.979898>
- Stein, M. K., Baxter, J. A., y Leinhardt, G. (1990). Subject-matter knowledge and elementary instruction: A case from functions and graphing. [Conocimiento de la materia e instrucción elemental: Un caso de funciones y graficar]. *America Educational Research Journal*. 27(1), 639-663. doi: <https://doi.org/10.3102/00028312027004639>
- Tapia, M., y Moldavan, C. (2007). Attitudes toward mathematics of precalculus and calculus students. [Actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de precálculo y cálculo]. *Focus on Learning Problems in Mathematics*. 29(1), 48-61.
- Toerner, G., y Arzarello, F. (2012). Grading mathematics education research journals. [Calificando revistas de investigación en matemática educativa]. *Newsletter of the European Mathematical Society*, 86, 52-54. Recuperado de <https://www.ems-ph.org/journals/newsletter/pdf/2012-12-86.pdf>

- Thompson, P. W. (1990). *A theoretical model of quantity-based reasoning in arithmetic and algebra*. [Un modelo teórico basado en el razonamiento cuantitativo en aritmética y en álgebra]. Manuscrito inédito Center for Research in Mathematics & Science Education, San Diego State University, San Diego, CA. doi: <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2392.3927>
- Thompson, P., y Carlson, P. (2018). Variation, covariation, and functions: foundational ways of thinking mathematically. [Variación, covariación y funciones: formas fundacionales de pensar matemáticamente]. En J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 421-456). Reston Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Weber, K. (2008). The role of affect in learning Real Analysis: a case study. [El rol del afecto en el aprendizaje Análisis Real: Un caso de estudio]. *Research in Mathematics Education*, 10(1), 71-85. doi: <https://doi.org/10.1080/14794800801916598>
- Williams, S. R., y Leatham, K. R. (2017). Journal quality in mathematics education. [Calidad de las revistas en educación matemática]. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(4), 369-396. doi: <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.48.4.0369>
- Yee, L. S. (2010). Mathematics attitudes and achievement of junior college students in Singapore. [Actitudes matemáticas y logro, en estudiantes de educación secundaria en Singapur]. En L. Sparrow, B. Kissane y C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education, Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Fremantle* (pp. 681-688). Fremantle: MERGA.
- Zan, R., Brown, L., Evans, J., y Hannula, M. (2006). Affect in Mathematics Education: Exploring Theoretical Frameworks: A PME Special Issue. [Afecto en matemática educativa: explorando un marco teórico: un número especial de PME]. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 113-121. doi: <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9028-2>

INFORMACIÓN ADICIONAL

Cómo citar: Nava Guzmán, C., García González, M.S. y Sánchez Aguilar, M. (2021). El afecto y el razonamiento covariacional: una reflexión sobre la importancia de su estudio. *Revista Educación*, 45(2). Recuperado de <http://doi.org/10.15517/revedu.v45i1.40993>