

Coeficiente de concordancia para variables continuas

Jorge Camacho-Sandoval

En las notas estadísticas anteriores, se hizo referencia a medidas de asociación entre dos variables. En el caso particular de dos variables continuas, se estudió el coeficiente de correlación de Pearson y su forma de cálculo.

Una situación diferente surge cuando se desea medir la misma variable, en las mismas muestras o pacientes, con dos métodos, equipos o personas diferentes, para determinar si ambos métodos, equipos o personas producen resultados equivalentes. En ese caso lo que interesa es determinar si ambas mediciones son similares en magnitud, no si están asociadas, de hecho deben estarlo, ya que son dos mediciones de la misma característica en los mismos individuos o muestras. No obstante, si una de las mediciones tiene un error sistemático, por ejemplo si una de las mediciones tiene sistemáticamente cinco unidades menos que la otra medición, el coeficiente de correlación puede ser muy elevado aunque las diferencias en las mediciones sean importantes, es decir, las mediciones pueden no ser concordantes.

Zar (1999) menciona un ejemplo sobre el contenido de plomo en tejido cerebral, medido con dos espectrofotómetros distintos. En este estudio se reportó un coeficiente de correlación de Pearson muy alto, r , de 0.99, es decir, una correlación casi perfecta entre las medidas realizadas en las mismas muestras con dos aparatos distintos. Sin embargo, si se hace un gráfico (Figura 1) de las diferencias entre las medidas realizadas en las mismas muestras con los dos aparatos, se evidencia que las mediciones no concuerdan, como pareciera sugerirlo el coeficiente de correlación de Pearson. Por el contrario, en la mayoría de las muestras, las diferencias alcanzan magnitudes importantes. En conclusión, el coeficiente de correlación no es apropiado para evaluar la concordancia entre los valores de una misma variable, medidos por aparatos, métodos o personas diferentes.

Se han propuesto distintos métodos para estimar la concordancia, entre ellos el coeficiente de correlación de concordancia de Lin (1989, 2000). El coeficiente de Lin puede variar entre -1 y 1 y su valor absoluto no puede ser mayor que el coeficiente de correlación de Pearson, de manera que se puede establecer la siguiente relación: $-1 \leq -|r| \leq r_c \leq |r| \leq 1$. El coeficiente de correlación de concordancia de Lin solo puede ser cero si el coeficiente de correlación de Pearson es también cero.

Lin demostró que éste método para evaluar la reproducibilidad de las mediciones es superior a otros métodos que se usan con propósitos similares, como la comparación de los coeficientes de variación, pruebas de t pareadas, análisis de regresión, análisis de correlación de Pearson y el análisis de correlación intraclase. Adicionalmente, las pruebas de hipótesis para comparar coeficientes son robustas, aún con tamaños de muestra tan pequeños como $n = 10$ (Zar, 1999).

Utilizando los mismos datos del estudio mencionado, que aparecen en el Cuadro 1, el coeficiente de Lin se obtiene fácilmente, mediante la siguiente fórmula:

$$\rho_c = \frac{2s_{xy}}{s_x^2 + s_y^2 + (\bar{x} - \bar{y})^2}$$

En donde:

$$s_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \quad s_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2, \quad s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Profesor del Programa de Maestría en Epidemiología, Posgrado en Ciencias Veterinarias, UNA.

Correspondencia:

Correo electrónico:
jcamacho@ice.co.cr

ISSN 0001-6002/2008/50/4/211-212
Acta Médica Costarricense, ©2008
Colegio de Médicos y Cirujanos

El error estándar del coeficiente de correlación de concordancia de Lin (ρ_c) se obtiene mediante la siguiente fórmula, adonde r , es el coeficiente de correlación de Pearson:

$$S_{\rho_c} = \sqrt{\frac{1}{n-2} \left[\left(\frac{1-r^2}{r^2} \rho_c^2 (1-\rho_c^2) \right) + \left(2 \rho_c^3 (1-\rho_c) \frac{(\bar{x}-\bar{y})^2}{s_x s_y r} \right) - \rho_c^4 \frac{(\bar{x}-\bar{y})^4}{2 s_x^2 s_y^2 r^2} \right]}$$

En el ejemplo mencionado, cuyos datos y cálculos intermedios aparecen en el cuadro 1, se obtuvo un coeficiente de correlación de concordancia, o coeficiente de Lin de 0.84, bastante más bajo que el valor encontrado para el coeficiente de correlación de Pearson. En este caso, el intervalo de confianza para el coeficiente de Lin tuvo un límite inferior de 0.72 y un límite superior de 0.96.

Para la interpretación del coeficiente de correlación de concordancia, se han sugerido los valores del cuadro 2, para calificar el grado de concordancia entre mediciones, en el caso de variables continuas es según se muestra en el cuadro 2 (<http://www.niwascience.co.nz/services/free/statistical/concordance>).

En el ejemplo utilizado, el grado de concordancia es pobre, lo que es congruente con las diferencias observadas en la Figura 1.

El mensaje importante es que si el problema de interés es determinar la semejanza de mediciones de una misma

variable continua en las mismas muestras o individuos, realizadas con métodos, equipos o técnicos diferentes, lo apropiado es usar una medida de concordancia, particularmente el coeficiente de correlación de concordancia (Lin, 1989, 2000).

Algunos programas estadísticos permiten el cálculo del coeficiente de correlación de concordancia, por ejemplo el MedCalc, del que se puede obtener una versión de prueba en el sitio de sus creadores (<http://www.medcalc.be/>). También se pueden realizar las estimaciones directamente en línea, desde la página de internet previamente mencionada (<http://www.niwa.cri.nz/services/free/statistical/concordance>). Finalmente, se puede calcular con una hoja de Excel preparada por el autor de la presente nota, solicitando el archivo por correo electrónico.

Referencias

1. Lin LI. A concordance correlation coefficient to evaluate reproducibility. *Biometrics*. 1989; 45, 255-268.
2. Lin LI. A note on the concordance correlation coefficient. *Biometrics*. 2000; 56, 324-325.
3. Zar, J. H. *Biostatistical Analysis*. 1999 Prentice Hall. 4th Ed. 663 p.

Cuadro 1. Contenido de plomo en tejido cerebral ($\mu\text{gr}/\text{gr}$), medido con dos espectrofotómetros distintos (X, Y), en 11 muestras.

Muestra	X	Y	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
1	0.22	0.21	0.02738	0.01529	0.02046
2	0.26	0.23	0.01574	0.01074	0.01300
3	0.3	0.27	0.00730	0.00405	0.00544
4	0.33	0.27	0.00308	0.00405	0.00353
5	0.36	0.31	0.00065	0.00056	0.00060
6	0.39	0.33	0.00002	0.00001	-0.00002
7	0.41	0.37	0.00060	0.00132	0.00089
8	0.44	0.38	0.00298	0.00215	0.00253
9	0.47	0.4	0.00715	0.00440	0.00561
10	0.51	0.43	0.01551	0.00929	0.01200
11	0.55	0.47	0.02708	0.01860	0.02244
Suma	4.24	3.67	0.10747	0.07045	0.08648
Promedio	0.39	0.33			

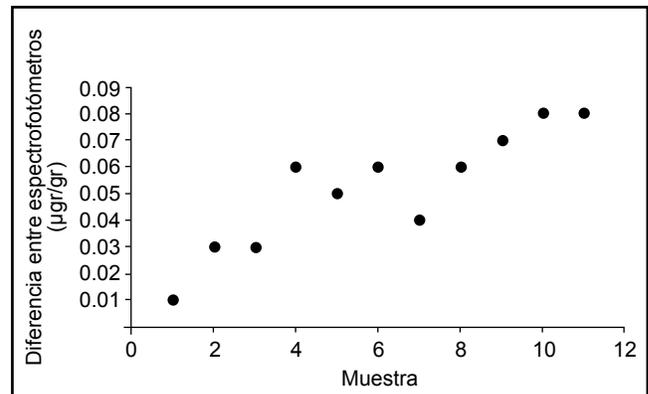


Figura 1. Diferencia en el contenido de plomo en tejido cerebral determinado con dos espectrofotómetros distintos ($\mu\text{gr}/\text{gr}$).

Cuadro 2. Grado de concordancia según valor del coeficiente de Lin

Grado de concordancia	Valor del coeficiente de Lin
Casi perfecta	> 0.99
Sustancial	0.95 – 0.99
Moderada	0.90 – 0.90
Pobre	< 0.90