

Anexos

Resultados probabilísticos útiles

Para el desarrollo del modelo de generación poblacional es necesario establecer unos resultados conocidos¹⁵, que son herramientas útiles para efectuar los cálculos necesarios del modelo.

Lema 1 Si D_i son disjuntos y $\mathbb{P}[C \mid D_i] = p$, independientemente de i , entonces

$$\mathbb{P}[C \mid \cup_i D_i] = p.$$

Demostración.

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[C \mid \cup_i D_i] &= \frac{\mathbb{P}[C \cap \cup_i D_i]}{\mathbb{P}[\cup_i D_i]} = \frac{\sum_i \mathbb{P}[C \cap D_i]}{\mathbb{P}[\cup_k D_k]} \\ &= \frac{1}{\mathbb{P}[\cup_k D_k]} \sum_i \overbrace{\mathbb{P}[C \mid D_i] \mathbb{P}[D_i]}^{=p} = p \frac{1}{\mathbb{P}[\cup_k D_k]} \sum_i \overbrace{\mathbb{P}[D_i]}^{= \mathbb{P}[\cup_i D_i]} = p. \end{aligned}$$

■

Lema 2 Si C_i son disjuntos, entonces

$$\mathbb{P}[\cup_i C_i \mid D] = \sum_i \mathbb{P}[C_i \mid D].$$

Demostración. Por aditividad contable de \mathbb{P} se tiene que

$$\mathbb{P}[\cup_i C_i \mid D] = \frac{\mathbb{P}[(\cup_i C_i) \cap D]}{\mathbb{P}[D]} = \frac{\mathbb{P}[\cup_i (C_i \cap D)]}{\mathbb{P}[D]} = \sum_i \frac{\mathbb{P}[C_i \cap D]}{\mathbb{P}[D]} = \sum_i \mathbb{P}[C_i \mid D].$$

■

Lema 3 Si E_i son disjuntos y $\cup_i E_i = \Omega$, entonces

$$\mathbb{P}[C \mid D] = \sum_i \mathbb{P}[E_i \mid D] \mathbb{P}[C \mid E_i \cap D].$$

Demostración. Note que

$$\mathbb{P}[E_i \mid D] \mathbb{P}[C \mid E_i \cap D] = \frac{\mathbb{P}[E_i \cap D]}{\mathbb{P}[D]} \cdot \frac{\mathbb{P}[C \cap E_i \cap D]}{\mathbb{P}[E_i \cap D]} = \mathbb{P}[C \cap E_i \mid D].$$

¹⁵Ver [4] para adentrarse más en el tema.

Como los $C \cap E_i$ son disjuntos, entonces por el Lema 2,

$$\begin{aligned} \sum_i \mathbb{P}[E_i | D] \mathbb{P}[C | E_i \cap D] &= \sum_i \mathbb{P}[C \cap E_i | D] = \\ &= \mathbb{P}[\cup_i (C \cap E_i) | D] = \mathbb{P}[C \cap (\cup_i E_i) | D] = \mathbb{P}[C | D]. \end{aligned}$$

■

Gráficos del ajuste: valor esperado vs valor observado

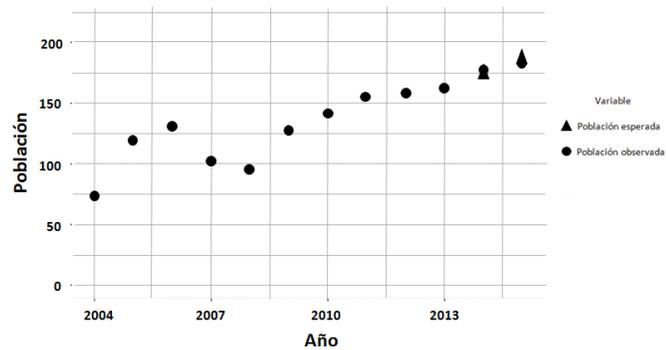


Figura 1: Backtesting poblacional: categoría 35.

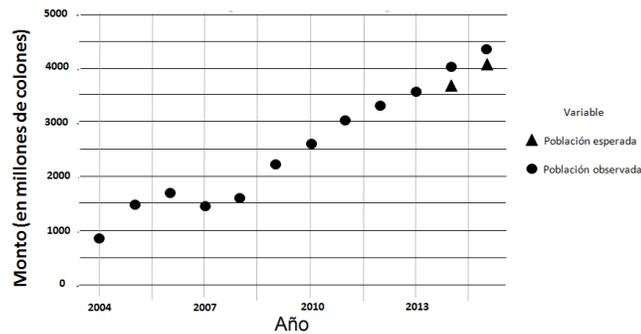


Figura 2: Backtesting salarial: categoría 34.

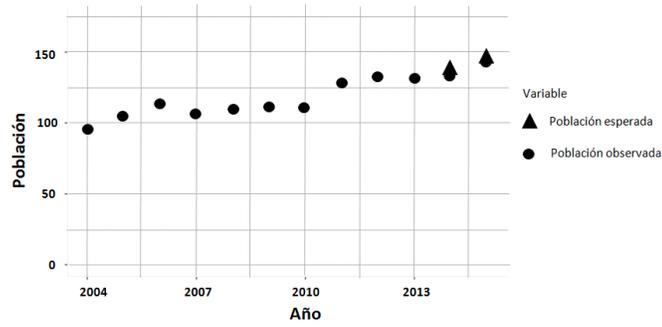


Figura 3: Backtesting poblacional: categoría 35.

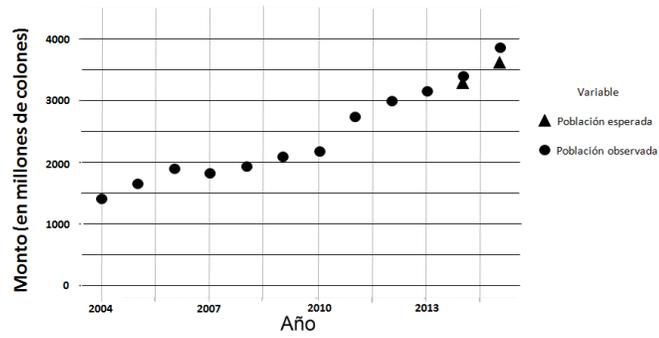


Figura 4: Backtesting salarial: categoría 35.

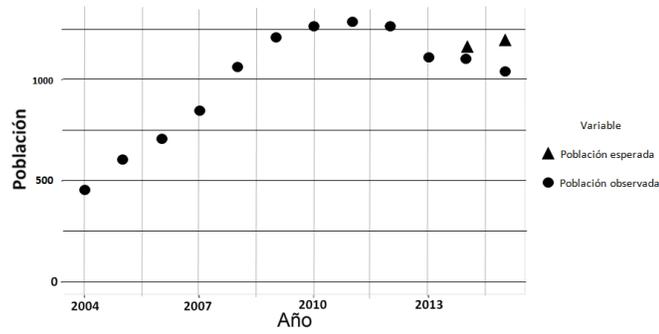


Figura 5: Backtesting poblacional: categoría 88.

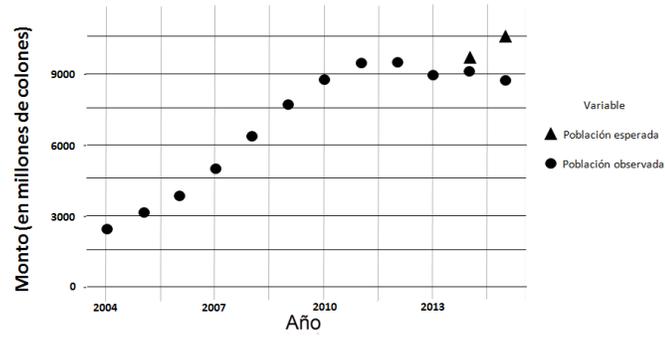


Figura 6: Backtesting salarial: categoría 88.

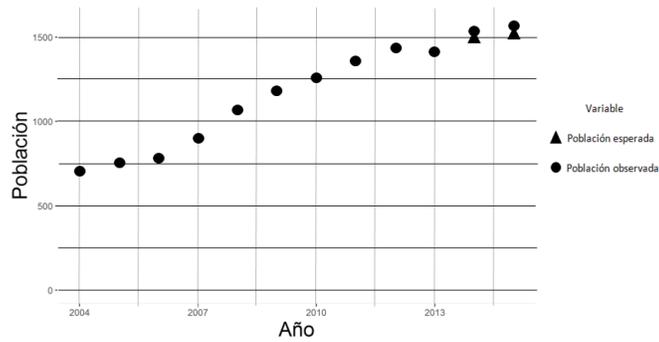


Figura 7: Backtesting poblacional: de 30 a 39 años.

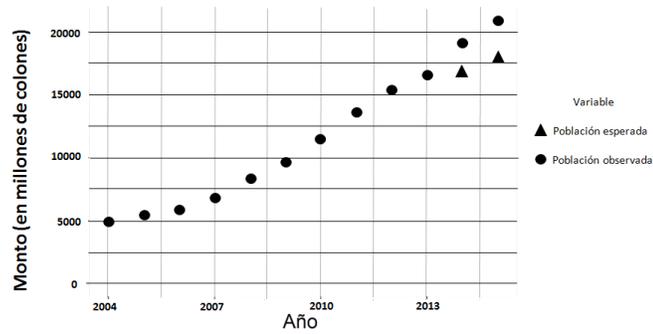


Figura 8: Backtesting salarial: de 30 a 39 años.

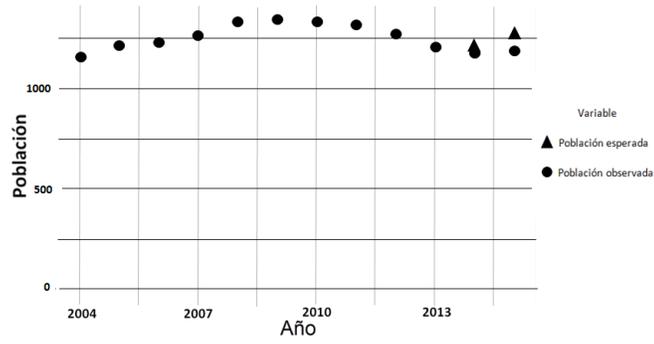


Figura 9: Backtesting poblacional: de 40 a 49 años.

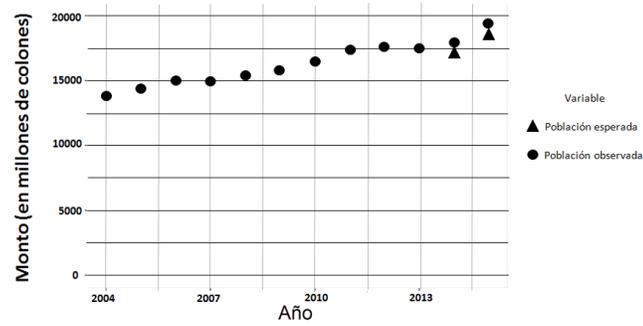


Figura 10: Backtesting salarial: de 40 a 49 años.

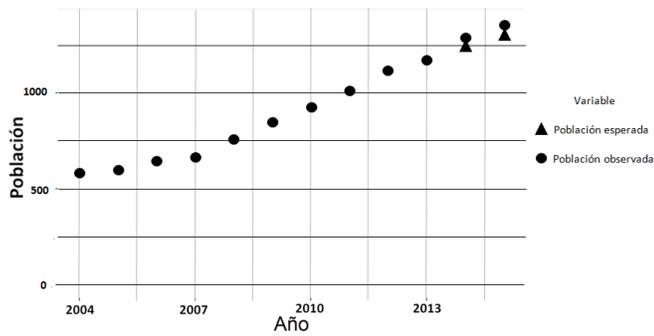


Figura 11: Backtesting poblacional: de 50 años en adelante.

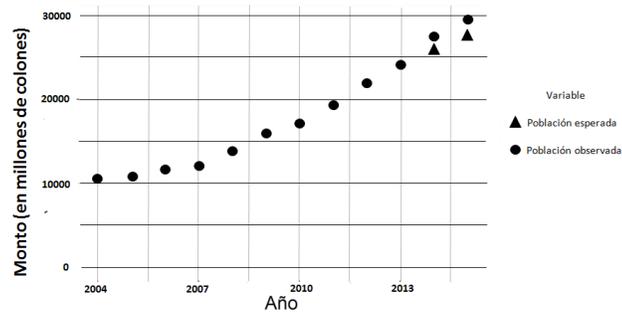


Figura 12: Backtesting salarial: de 50 en adelante.