



Estratégias metacognitivas de um grupo de estudantes brasileiros em atividades de modelagem matemática

Estrategias metacognitivas de un grupo de estudiantes brasileños en
actividades de modelación matemática

Metacognitive strategies a group of Brazilian students in mathematical
modelling activities

Volumen 23, Número 1
Enero - Abril
pp. 1-26

Élida Maiara Velozo de Castro
Lourdes Maria Werle de Almeida

Citar este documento según modelo APA

Castro, Élida Maiara Velozo de., e Almeida, Lourdes Maria Werle de. (2023). Estratégias metacognitivas de estudantes brasileiros em atividades de modelagem matemática. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 23(1), 1-26. Doi. <https://doi.org/10.15517/aie.v23i1.51512>

Estratégias metacognitivas de um grupo de estudantes brasileiros em atividades de modelagem matemática

Estrategias metacognitivas de un grupo de estudiantes brasileños en actividades de modelación matemática

Metacognitive strategies of a group of Brazilian students in mathematical modelling activities

Élida Maiara Velozo de Castro¹
Lourdes Maria Werle de Almeida²

Resumo: O artigo tem como objetivo investigar potencialidades da modelagem matemática para promover estratégias metacognitivas. A investigação, de cunho qualitativo, se fundamenta em um quadro teórico e considera dados obtidos com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, em uma universidade brasileira, durante os anos de 2020 e 2021. Os resultados indicam que essas estratégias se desencadeiam mediante as demandas das diferentes fases de uma atividade de modelagem caracterizadas como: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação; elaboração de um relatório e comunicação de resultados. Ainda, embora a metacognição seja um atributo pessoal, ela se manifestou tanto por meio de estratégias individuais quanto colaborativas. As atividades foram realizadas em dois momentos distintos de familiarização de um grupo de estudantes com a modelagem e, embora não tenham havido diferenças na quantidade, há indicações de que na atividade do terceiro momento emergiram estratégias que podem ter contribuído mais para a performance do grupo relativamente à competência de fazer modelagem bem como para a sua performance matemática. A identificação de estratégias metacognitivas promovidas pelas demandas das atividades leva à conclusão de que nas circunstâncias em que foram desenvolvidas, constituem um exemplo de ambiente metacognitivamente rico.

Palavras-chave: modelagem matemática, metacognição, estratégias metacognitivas, ensino superior.

Resumen: El artículo tiene como objetivo investigar el potencial de la modelación matemática para promover estrategias metacognitivas. La investigación, de naturaleza cualitativa, se basa en un marco teórico y considera datos obtenidos de estudiantes de un curso de Licenciatura en Matemáticas, en una universidad brasileña, durante los años 2020 y 2021. Los resultados indican que estas estrategias son desencadenadas por las demandas de las diferentes fases de una actividad de modelación, caracterizadas por: interacción, matematización, resolución, interpretación y validación; elaboración de un informe y comunicación de resultados. Aunque la metacognición es un atributo personal, se ha manifestado a través de estrategias tanto individuales como colaborativas. Las actividades se realizaron en dos momentos diferentes de familiarización del estudiantado con la modelación y, aunque no hubo diferencias en la cantidad, hay indicios de que en la actividad del tercer momento surgieron estrategias que pueden haber contribuido más al desempeño del grupo, tanto en la competencia para hacer modelación como en su desempeño matemático. La identificación de estrategias metacognitivas promovidas por las demandas de las actividades lleva a la conclusión de que en el contexto de la investigación, constituyen un ejemplo de un entorno metacognitivamente apropiado.

Palabras clave: modelación matemática, metacognición, estrategias metacognitivas, educación superior.

¹ Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Paraná, Brasil. Dirección electrónica: elidamaiara.vc@gmail.com Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-2310-1774>

² Universidade Estadual de Londrina, Londrina, Paraná, Brasil. Professora. Dirección electrónica: lourdes@uel.br Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-8952-1176>

Artículo recibido: 30 de junio, 2022

Enviado a corrección: 26 de setiembre, 2022

Aprobado: 2 de diciembre, 2022

Abstract: The article aims to investigate the potential of mathematical modelling to promote metacognitive strategies. The investigation, of a qualitative nature, is based on a theoretical framework and considers data obtained from students of a Mathematics Degree, at a Brazilian university, during the years 2020 and 2021. The results indicate that these strategies are triggered by the demands of the different phases of a modelling activity, that are characterized as: interaction, mathematization, resolution, interpretation and validation; preparation of a report and communication of results. Although metacognition is a personal attribute, it has manifested itself through both individual and collaborative strategies. The activities were carried out in two different moments of familiarization of the students with the modelling and, although there were no differences in the amount, there are indications that in the activity of the third moment strategies emerged that may have contributed more to the performance of the group regarding the competence to do modelling as well as for their mathematical performance. The identification of metacognitive strategies promoted by the demands of the activities leads to the conclusion that in the circumstances in which they were developed, they constitute an example of a metacognitively rich environment.

Keywords: mathematical modelling, metacognition, metacognitive strategies, higher education.

1. Introdução

O debate sobre a inserção da modelagem matemática³ no ensino de Matemática retrocede às primeiras décadas do século XX, quando profissionais das áreas de Matemática Pura e Aplicada, como Felix Klein, por exemplo, discutiam maneiras de ensinar Matemática de modo a considerar o papel das aplicações ou dos usos da Matemática para o ensino e a aprendizagem. A modelagem neste contexto, traz para a sala de aula a identificação de relações entre matemática e realidade, buscando apresentar uma solução para um problema por meio da construção e validação de um modelo matemático.

Nas últimas décadas importantes *insights* teóricos relativos à modelagem em ambientes educacionais têm sido o foco de investigações que buscam entender o que acontece quando a modelagem é desenvolvida na sala de aula (Schukajlow et al., 2018).

Alguns autores sinalizam que as características e especificidades da modelagem fazem com que atividades⁴ desse tipo não sejam triviais e requeiram que estudantes mobilizem uma alta demanda cognitiva (Blum, 2015, Kim e Moore, 2019, Maaß, 2010). Essa pode ser uma razão pela qual vem havendo um interesse crescente em investigar processos psicológicos de estudantes enquanto se envolvem com atividades dessa natureza. Em particular, a metacognição é considerada um aspecto que vem merecendo atenção.

A partir da introdução do termo *metacognição* pelo psicólogo americano John H. Flavell no ano de 1976, referindo-se a ela como sendo um *meta-conhecimento*, muitas discussões

³ Para evitar repetições, sempre que constar “modelagem”, a referência é para “modelagem matemática”. Letra maiúscula para a expressão “modelagem matemática” é usada somente quando a referência é à área de Modelagem Matemática.

⁴ Usa-se “atividade” em vez de “tarefa” para se referir à modelagem matemática na sala de aula. Esta denominação encontra respaldo em Almeida e Brito (2005).

têm permeado o seu significado e as formas com que ela pode ser promovida ou *treinada* nas pessoas. O assunto adentrou a área da Educação Matemática e, entre outros aspectos, Schneider e Artelt (2010) destacam a relevância do impacto substancial que a metacognição pode oferecer para a performance matemática de estudantes em diferentes níveis de escolaridade.

Neste sentido, a exposição a um ambiente metacognitivamente rico, como caracterizam Dignath e Büttner (2018), proporciona benefícios para a aprendizagem e, portanto, incluir nas atividades educacionais aquelas que proporcionam ao estudante reflexões e meios de ação relativos ao *como* e ao *porquê* de seus procedimentos é um aspecto, apontado por De Boer et al. (2018), referente à finalidade da promoção da metacognição na sala de aula.

A presente investigação está alinhada com a indicação de Desoete e De Craene (2019) de que proporcionar aos estudantes oportunidade para mobilizar e desenvolver algumas habilidades metacognitivas é relevante quando se tem como finalidade um bom desempenho matemático e, particularmente, o desenvolvimento de habilidades para resolver problemas que possibilitam aprender mediante a exploração de relações entre realidade e Matemática. É por este viés que se direciona a atenção às atividades de modelagem matemática.

Pollak (1970, p. 311), ao resumir a proposição de uma atividade de modelagem a alguém com a frase “Aqui está uma situação da realidade - pense nela”, elucida a relação entre dois elementos: a modelagem (aqui está uma situação da realidade) e a metacognição (pense nela).

Consoante a essa ideia, o olhar para interlocução apontada na assertiva de Henry Pollak, vem merecendo atenção. De fato, Kaiser e Brand (2015) e Maaß (2010) sugerem que a metacognição em atividades de modelagem proporciona aos estudantes o controle de suas ações. Particularmente, Katrin Vorhölter, uma educadora matemática alemã, tem se dedicado a olhar para o papel da metacognição em atividades de modelagem matemática (Vorhölter, 2017, 2018, 2019; Vorhölter e Krüger, 2021; Vorhölter et al., 2019), direcionando seu interesse à repercussão de estratégias metacognitivas sobre a competência de modelagem de estudantes, sendo essa compreendida como “a habilidade para construir e usar modelos matemáticos mediante um conjunto apropriado de etapas bem como a habilidade de analisar e avaliar os modelos obtidos perante as situações em estudo” (Blum, 2015, p. 77).

No presente artigo, entretanto, no sentido oposto, o objetivo consiste em investigar potencialidades da modelagem matemática para promover estratégias metacognitivas. O que se vislumbra é identifica-las no decorrer do estudo de uma situação da realidade mediante as

etapas realizadas com as habilidades a que se refere Blum (2015). Assim, inicialmente é estruturado um quadro teórico em que se fundamenta a investigação. Na sequência são apresentados dados obtidos com estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática em que atividades de modelagem foram desenvolvidas na disciplina de Modelagem na Perspectiva da Educação da Educação Matemática. Os dados são analisados visando identificar estratégias metacognitivas que emergiram nesse desenvolvimento.

2. Referencial teórico

2.1. Modelagem Matemática

Em termos gerais, a modelagem matemática pode ser descrita como uma atividade cuja característica essencial reside na transição entre realidade e Matemática. Assim, ela pode ser definida como uma forma de entender ou explicar o mundo real em termos matemáticos (Almeida, 2018, Blum, 2015, entre outros).

Pollak (2011), apresenta seu entendimento, destacando:

A situação real envolve muitas variáveis e nem todas podem ser levadas em consideração, então é preciso decidir quais são importantes e mantê-las. Estrutura-se assim uma versão idealizada da situação real. Para essa situação se obtém um modelo matemático. Em seguida, resultados obtidos com esse modelo se voltam para a situação do mundo real e se espera ter uma resposta para a questão idealizada. Então deve haver uma verificação visando responder: os resultados são aplicáveis, as respostas são razoáveis, as consequências são aceitáveis? Se sim, ótimo! Caso contrário, é preciso retomar a situação, rever as escolhas e tentar novamente. Todo esse processo é chamado de modelagem matemática. (Pollak, 2011, p. 64)

Quando ocorre a introdução de atividades com a natureza a que se refere Pollak (2011) na sala de aula, espera-se do corpo estudantil atitudes de investigação, colocando-se na posição de quem precisa pensar matematicamente sobre uma situação cuja origem não é a própria Matemática. Neste sentido, eles se tornam responsáveis por elaborar um problema, elencar hipóteses, planejar ações que os levam a validar (ou não) os resultados encontrados e monitorar os encaminhamentos de resolução.

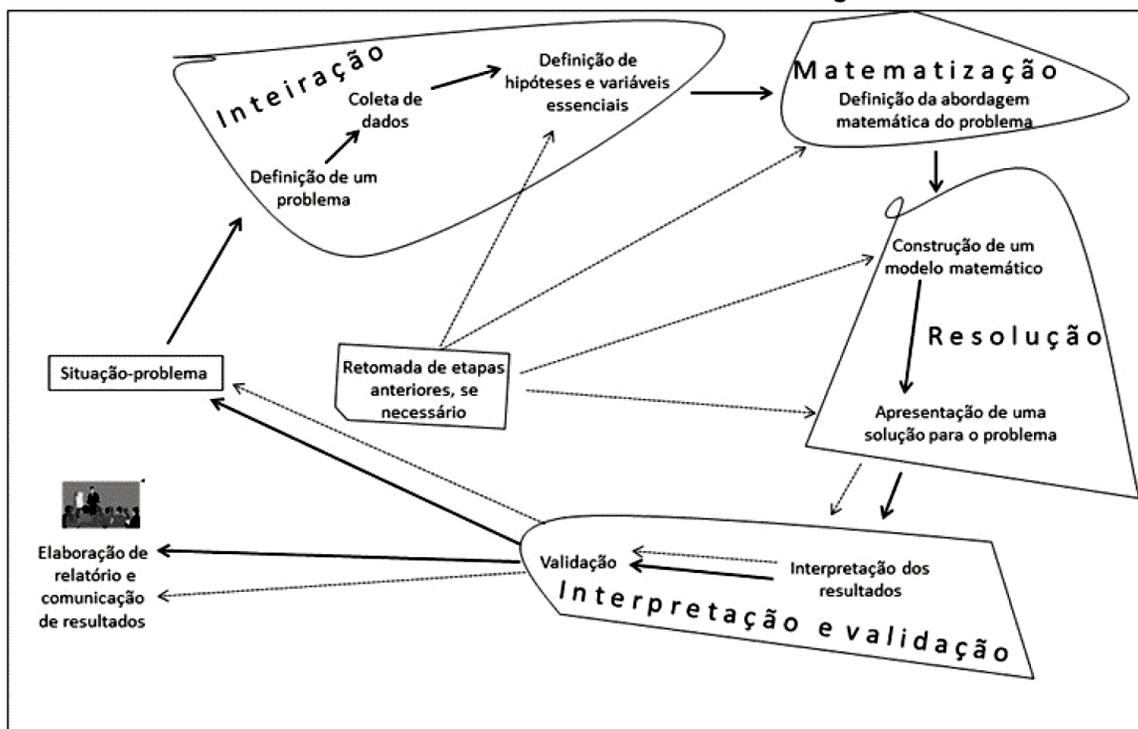
As ações da população estudantil são caracterizadas em relação a etapas ou fases de uma atividade de modelagem e, em geral, reconhecidas no que se chama na literatura de *ciclo de modelagem* (Almeida e Silva, 2021; Ferri, 2018, por exemplo). Estes ciclos são esquemas

que pretendem indicar o caminho que modeladores podem percorrer para desenvolver uma atividade de modelagem, explicitando as etapas associadas a este desenvolvimento. A ideia de ciclo pretende indicar o aspecto dinâmico da atividade, de modo que fases anteriores podem ser retomadas sempre que isto for adequado.

Almeida et al. (2021) caracterizam seis fases em uma atividade de modelagem desenvolvida na sala de aula: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação; elaboração de um relatório e comunicação de resultados (Figura 1).

A inteiração, segundo esses autores, refere-se ao ato ou efeito de inteirar-se, de informar-se sobre a situação a ser estudada; a matematização consiste na tradução do problema real em um problema matemático e implica o uso de uma linguagem matemática; na resolução o corpo estudantil resolve o problema matemático; na interpretação de resultados e validação, dá-se a interpretação dos resultados e a validação da resposta obtida para o problema real; finalmente, na sala de aula, este corpo estudantil compartilha seus resultados, defendem seus procedimentos e respostas e produzem um relatório. As linhas pontilhadas na Figura 1 ilustram a dinamicidade das ações.

Figura 1
Fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática



Fonte: Almeida et al. (2021, p. 386).

2.1.1 Familiarização estudantil com a modelagem matemática

A especificidade da modelagem de requerer um conjunto de etapas que não podem ser realizadas considerando simplesmente a aplicação de métodos já conhecidos, produz uma demanda cognitiva, conforme apontam Blum (2015) e Stillman (2011). Assim, as primeiras experiências vivenciadas por estudantes nesse contexto podem não ser exitosas. Visando ultrapassar essa barreira, Almeida et al. (2018) propõem o seu engajamento gradativo, visando familiarizá-los mediante três momentos de familiarização.

A estruturação desses momentos visa promover o envolvimento de estudantes de modo que, à cada momento, passem a realizar de forma independente mais ações caracterizadas em cada uma das fases identificadas na Figura 1. Assim, tem-se: (i) no primeiro momento, cabe à pessoa docente apresentar a situação-problema, juntamente com os dados e informações necessárias, acompanhando e colaborando com as iniciativas e procedimentos do grupo de estudantes; (ii) no segundo momento, a pessoa docente sugere uma situação-problema e o corpo de estudantes, reunidos em grupos, podem coletar informações complementares e realizar o estudo da situação, fazendo a definição de variáveis, formulação de hipóteses, obtenção e validação do modelo matemático; (iii) no terceiro momento, a responsabilidade pela condução da atividade é do grupo de estudantes; cabe ao grupo identificar a situação-problema, coletar e analisar os dados, executar as transições de linguagem, obter e validar um modelo matemático e por fim, comunicar os resultados para a comunidade acadêmica.

Dos momentos de familiarização evidencia-se o progresso da autonomia estudantil no desenvolvimento de atividades de modelagem, chegando a ser responsáveis por todos os procedimentos realizados de forma autônoma no terceiro momento. Os desafios com que lidam em cada um desses momentos podem potencializar seu pensamento metacognitivo evidenciado por meio de *estratégias metacognitivas*.

2.2. Metacognição e estratégias metacognitivas

Segundo Flavell (1976), a metacognição diz respeito ao conhecimento do sujeito sobre seus próprios processos cognitivos, suas habilidades de processamento e uso de informações, proporcionando a cada um conhecer o seu processo de aprender.

Nesse entendimento são reconhecidos dois componentes da metacognição: o conhecimento da cognição e a regulação da cognição (Brown, 1987; Flavell, 1978; Harris et al., 2010; Jacobs e Paris, 1987; McCormick, 2003; Schraw, 1998; Schraw e Moshman, 1995;

Williams e Atkins, 2009). O primeiro refere-se ao entendimento do sujeito relativo aos processos-chave envolvidos na sua aprendizagem; o segundo diz respeito ao planejamento, monitoramento e avaliação da própria aprendizagem. Bransford et al. (2000) sugerem que ter conhecimento desses componentes, pode ajudar as pessoas a aprender e aproveitar melhor as oportunidades de aprendizagem com que se deparam.

No contexto educacional, a metacognição vincula-se às chamadas *estratégias metacognitivas* (Mahdavi, 2014; Rosa e Alves, 2012; Vorhölter, 2018, 2019), sendo essas entendidas como processos sequenciais usados pelo corpo estudantil para conhecer e regular seu próprio pensamento durante a realização de uma atividade e, com isso, garantir que um objetivo seja alcançado. Ao recorrer as estratégias dessa natureza, a pessoa estudante busca identificar como o desenvolvimento de uma tarefa se torna eficiente, selecionar aspectos que favorecem sua aprendizagem, colaborando para a sua autonomia relativa ao reconhecimento daquilo que aprendeu e em qual circunstância isso se deu (Rosa e Alves, 2012).

As estratégias metacognitivas são estruturadas pelos sujeitos em decorrência dos dois componentes da metacognição. Assim, do conhecimento da cognição, podem se desencadear estratégias que incluem: conhecimento declarativo, processual e condicional (ou explicativo) (Harris et al., 2010; McCormick, 2003).

O conhecimento declarativo permite identificar o quê se sabe, envolvendo, assim, a consciência das habilidades que influenciam a aprendizagem e colaboram na realização de uma tarefa. O conhecimento processual caracteriza-se pelo reconhecimento dos procedimentos requeridos para usar o conhecimento declarativo e atingir objetivos. O conhecimento condicional, por sua vez, fundamenta as justificativas desse uso e proporciona externar habilidades requeridas.

A regulação da cognição desencadeia as estratégias de planejamento, de monitoramento e de avaliação (Mahdavi, 2014; Schraw, 1998; Schraw e Moshman, 1995). O planejamento implica na definição de objetivos e passos a seguir bem como a identificação dos recursos necessários para atingi-los. O monitoramento consiste no acompanhamento consciente do que está sendo aprendido bem como na identificação e correção de erros. A avaliação implica em uma reflexão sobre as ações realizadas, confrontando os resultados com os objetivos.

2.2.1 Estratégias metacognitivas em atividades de modelagem matemática

O olhar para estratégias metacognitivas em atividades de modelagem tem sido identificado em investigações da área (Almeida et al., 2021; Eilerts e Kolter, 2015; Hidayat et al., 2018; Hidayat et al., 2020; Stillman 2011; Vorhölter, 2017, 2018; Vorhölter et al., 2019).

O desenvolvimento desse tipo de atividades requer o planejamento do processo de resolução, a definição de objetivos e de etapas de trabalho. Os meios de ação visando atingir os objetivos estão, necessariamente, submetidos ao monitoramento constante, à regulação e revisão contínuas (Eilerts e Kolter, 2015). É neste sentido que se pode falar da ocorrência e da mediação por estratégias metacognitivas no *fazer* estudantil.

Stillman (2011) já se referia à identificação dessas estratégias em atividades de modelagem considerando o que a autora chama de *três níveis*: primeiro, o reconhecimento de que algumas estratégias são relevantes; segundo, a escolha de estratégias a serem usadas; o nível mais avançado consiste no uso bem-sucedido dessas estratégias.

Há, entretanto dois aspectos que são fundamentais relativamente às estratégias metacognitivas. O primeiro diz respeito ao fato de que atividades de modelagens são quase sempre realizadas em grupos. Isso requer uma atenção especial às ações, aos diálogos, às representações, aos gestos de estudantes na busca pela identificação dessas estratégias visando caracterizar aquelas de natureza individual e as de natureza colaborativa.

Um segundo aspecto diz respeito à caracterização de uma estratégia metacognitiva usada por estudantes uma vez que seu comportamento sinalizador pode ser inconsciente e espontâneo e não ser facilmente identificado nos trabalhos realizados em grupos.

Visando lidar com os desafios que estes aspectos propõem aos docentes, Vorhölter (2017, 2019) indica o uso de um questionário específico para cada atividade. Associando as respostas do corpo estudantil com os áudios e vídeos das gravações dos trabalhos nos grupos, a autora caracterizou estratégias metacognitivas nas diferentes fases de uma atividade de modelagem, inferindo inclusive sobre sua natureza (individual ou colaborativa).

Almeida et al. (2021) apresentam um instrumento, para identificação de estratégias metacognitivas emergentes em atividades de modelagem, que inclui um conjunto de itens sinalizadores dessas estratégias ativadas em diferentes fases da atividade. Os itens incluem indicadores de estratégias relativas à regulação da cognição, bem como relativas ao conhecimento da cognição e são associadas às ações empreendidas em uma atividade de modelagem matemática (Tabela 1).

Na presente investigação, usamos o instrumento proposto em Almeida et al. (2021) para identificar quais estratégias foram mobilizadas por um grupo de estudantes no decorrer de duas atividades de modelagem matemática, sendo elas desenvolvidas por um mesmo grupo em dois momentos de familiarização distintos, conforme abordado na seção anterior deste texto.

3. Metodologia

3.1 Enfoque

A investigação do potencial de atividades de modelagem matemática para promover estratégias metacognitivas segue encaminhamentos de uma pesquisa qualitativa. Esse tipo de pesquisa, segundo Bogdan e Biklen (2007), Lüdke e André (1986), envolve a obtenção de dados descritivos (pessoas, lugares, processos interativos), mediante contato direto de pesquisadores com a situação em estudo, enfatizam mais o processo do que o produto e se preocupam em compreender e retratar o fenômeno segundo a perspectiva do grupo de participantes, havendo, portanto, o uso de argumentos interpretativos. Conforme sugere Garnica (2001), em uma pesquisa de cunho qualitativo o olhar está voltado à qualidade, aos elementos que são significativos para quem desenvolve a pesquisa, num contexto no qual o sujeito constrói e também faz parte.

3.2 Participantes

A investigação foi desenvolvida em uma universidade pública do estado do Paraná/Brasil. A população estudantil pertencia a uma turma do 4º ano de um curso de Licenciatura em Matemática em que, durante aulas da disciplina de Modelagem Matemática na Perspectiva da Educação Matemática, no período de julho de 2020 a junho de 2021, foram coletados dados que subsidiam as argumentações apresentadas. A participação do grupo de estudantes foi voluntária e a seleção desses participantes se deu pelo potencial das informações obtidas, seja por meio das gravações, seja no relatório entregue.

Participaram quinze estudantes (quatro do sexo feminino e onze do sexo masculino), que trabalharam organizados em quatro grupos. As duas aulas semanais da disciplina foram desenvolvidas na modalidade *online* durante um ano letivo. Os recursos utilizados foram o *Google Meet* para as aulas e reuniões de orientação aos grupos no desenvolvimento das atividades e o *Google Classroom*, para organização da agenda, registro das atividades realizadas nas aulas, postagens de trabalhos e avaliações. As aulas ocorreram de forma síncrona, havendo a participação da docente da disciplina, a pesquisadora e do grupo de

estudantes trabalhando em grupos. Atividades realizadas de forma assíncrona incluem atendimentos específicos para cada grupo.

A discussão apresentada no presente artigo refere-se a duas atividades de modelagem realizadas por um grupo constituído por quatro estudantes: Estudante 1, Estudante 2, Estudante 3 e Estudante 4. A primeira refere-se ao segundo momento de familiarização do grupo de estudantes com a modelagem matemática e a segunda foi realizada pelo grupo de estudantes no terceiro momento dessa familiarização. A escolha desse grupo se respalda no fato de que nesse grupo houve maior interação entre os participantes, a apresentação dessas atividades gerou mais discussão perante a turma e os relatórios entregues foram mais completos, sinalizando mais indícios de estratégias metacognitivas.

3.3 A coleta de dados

Os dados que constituem o material de análise consistem em: (i) transcrições das gravações das aulas e das reuniões de orientação realizadas no *Google Meet*, nas quais são registradas falas, gestos, comunicações intersubjetivas, movimentações corporais e anotações digitais em compartilhamento de tela (nestas reuniões o grupo de estudantes solicitavam a intervenção da docente ou a validação de procedimentos que já haviam realizado); (ii) registros escritos e relatórios das atividades do grupo de estudantes, nos quais a organização da resolução e resposta para situação-problema investigada na atividade de modelagem matemática; (iii) Após cada atividade os alunos foram convidados a responder questionários e perguntas de múltipla escolha. Nessas questões, eles foram solicitados a julgar sua motivação e sua dificuldade na atividade.

Como um movimento característico da pesquisadora, conforme sugerem Lüdke e André (1986), realizou-se a organização do material e tratamento dos dados, iniciando pela transcrição das falas do grupo de estudantes no decorrer do desenvolvimento das atividades. Em seguida, a partir da leitura das produções do grupo e das transcrições dos vídeos, destacamos excertos que se mostram importantes e abordam demandas específicas da modelagem e representam indicativos de estratégias metacognitivas. Dos registros entregues pelos grupos (slides de comunicação dos resultados, relatórios escritos e respostas aos questionários) realizou-se um recorte e síntese dos elementos principais e que parecem ter relação com as discussões empreendidas em aula.

Os dados foram coletados relativamente ao desenvolvimento de duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por um mesmo grupo de quatro estudantes.

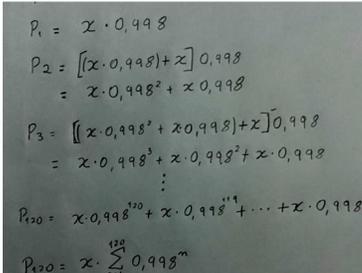
A primeira atividade é relativa ao 2º momento de familiarização do grupo de estudantes com a modelagem e a situação *Como conseguir um milhão de reais economizando?* foi apresentada pela docente.

A discussão sobre o tema e as diferentes possibilidades de reservas de dinheiro para obter um milhão de reais, conduziu à deliberação de que uma maneira eficaz e segura de aplicar dinheiro no Brasil é a chamada Caderneta de Poupança⁵. Uma vez definido que seria essa a forma usada para a aplicação de reservas mensais, foi definido, conjuntamente entre docente, pesquisadora e estudantes, o problema: “Qual valor mensal (em reais) deve ser aplicado na caderneta de poupança de modo a se obter um milhão de reais ao final de 10 anos?”

A partir da inteiração com a situação e definição do problema, as demais ações relativas às fases da modelagem foram realizadas pelo grupo de estudantes, ao qual a docente e a pesquisadora prestaram assessoria. A Figura 2 indica uma síntese da atividade desenvolvida pelo grupo.

Figura 2

Síntese da atividade “*Como conseguir um milhão de reais economizando?*”, Brasil (2020-2021)

<p>Situação da realidade A economia visando obter uma reserva mediante aplicação financeira</p> <p>Problema Como conseguir um milhão de reais economizando?</p> <p>Hipóteses 1- Vamos considerar que as reservas mensais sejam aplicadas em caderneta de poupança. 2-O valor da taxa real será igual à média das taxas do ano de 2020. 3-Considerar como ganho mensal a diferença entre a taxa de juros da poupança e a taxa da inflação.</p> <p>Informação Mesmo apresentando baixos rendimentos, a caderneta de poupança brasileira bateu recordes de arrecadação em 2020. -Taxa mensal de rendimento da poupança: 0,1743%; Taxa mensal da inflação: 0,376%</p> <p>Matematização e Resolução Seja x o valor do aporte mensal realizado na caderneta de poupança. Seja P_i o montante resultante da aplicação do valor x no final do mês i. Temos:</p> 	<p>Assim:</p> $x \sum_{i=1}^{120} (0,998)^i = 1\ 000\ 000$ $106,567x = 1\ 000\ 000$ $x \approx 9383,76$ <p>Resposta para o problema Para obter um milhão de reais depois de dez anos, considerando as taxas de caderneta de poupança, é necessário investir, aproximadamente, 9383 reais por mês.</p>	<p>Interpretação e Validação</p> <p>A necessidade de poupar mais de 9mil reais por mês para obter um milhão de reais depois de 10 anos é um cenário ruim e que, provavelmente, inviabiliza a obtenção do valor almejado. De fato, segundo fontes de pesquisa, o salário médio dos brasileiros é aproximadamente R\$1848,00, muito inferior ao valor a ser poupado mensalmente. Assim, embora válido do ponto de vista matemático, a resposta é inviável na prática.</p>
--	--	--

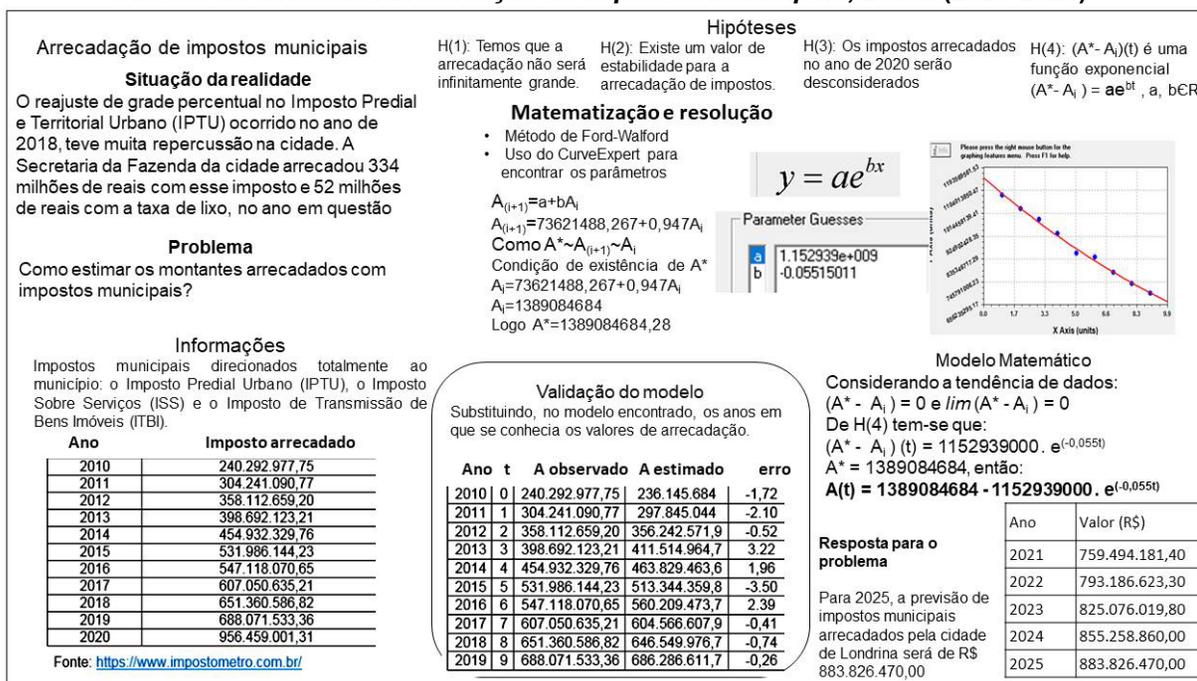
Fonte: Relatório entregue pelo grupo de estudantes, 2021

⁵ Caderneta de poupança é um tipo de investimento com rentabilidade mensal e sobre a qual não incidem taxas de impostos. É um investimento oferecido por instituições financeiras, normalmente um banco.

A segunda atividade é relativa ao 3º momento de familiarização do grupo de estudantes com a modelagem. Neste caso, o próprio grupo escolheu a temática *Arrecadação de impostos municipais*, sendo responsável pela tomada de decisão em todas as fases do desenvolvimento da atividade, a professora atuou como mediadora e orientadora. A partir de uma inteiração com a situação e uma coleta de informações, o grupo definiu o problema: *Considerando as arrecadações de impostos em vigor, que estimativa podemos fazer para os montantes nos próximos anos?*

Nesse momento o papel da docente e da pesquisadora foi orientar e acompanhar o grupo de estudantes conforme suas possibilidades e necessidades, bem como validar seus procedimentos. Seis aulas síncronas da disciplina foram destinadas à atividade e outras seis assíncronas em que o grupo realizava, de forma autônoma, as ações necessárias. Uma síntese do desenvolvimento é apresentada na Figura 3.

Figura 3
Síntese da atividade Arrecadação de impostos municipais, Brasil (2020-2021)



Fonte: Relatório entregue pelo grupo de estudantes, 2021

O nosso olhar para as ações estudantis se dirige à identificação de estratégias metacognitivas promovidas pelo desenvolvimento das atividades de modelagem.

3.4 A análise dos dados

O esforço analítico empreendido sobre os dados coletados se dirige à identificação de estratégias metacognitivas (individuais e do grupo) no decorrer das atividades, sendo essas associadas à regulação da cognição (planejamento, monitoramento e avaliação) bem como ao conhecimento da cognição (que pode ser declarativo, processual ou condicional). Por outro lado, associa tais estratégias a demandas características de uma atividade de modelagem matemática.

Excertos dos diálogos transcritos da gravação das aulas e referentes às fases e ações específicas da modelagem bem como os registros entregues pelos grupos (slides de comunicação dos resultados e relatórios escritos) são analisados considerando estratégias metacognitivas caracterizadas no instrumento apresentado em Almeida et al. (2021) em que se tem a natureza individual ou colaborativa identificada. Procura-se articular as demandas de cada atividade e como tais demandas fomentam estratégias metacognitivas cuja identificação sinaliza para o potencial da modelagem na promoção dessas estratégias.

4. Resultados e discussão

Usando excertos de transcrições de áudio e vídeo, os relatórios entregues bem como respostas aos questionários, foi possível identificar as estratégias metacognitivas (já caracterizadas em Almeida et al. (2021) (Tabela 1)) ativadas ou mobilizadas mediante as demandas do desenvolvimento das atividades de modelagem. Especificidades, considerando o momento de familiarização do grupo de estudantes, bem como a natureza (individual (I) ou colaborativa (C)) de cada estratégia identificada são assinaladas na Tabela 1, indicando também o número de vezes⁶ que cada estratégia foi observada.

⁶ Não é intenção deste artigo proceder análise quantitativas, entretanto, entende-se que identificar o número de vezes que cada estratégia foi identificada pode direcionar discussões sobre aspectos qualitativos na análise.

Tabela 1

Estratégias metacognitivas identificadas nas atividades de modelagem matemática

Conhecimento da cognição: Indicadores de conhecimento declarativo identificados nas ações estudantis	2º m ⁷		3º m ⁸	
	I	C	I	C
CD1 - Admite seus pontos fortes e pontos fracos relativamente ao que precisa saber para desenvolver a atividade.				1
CD2 - Manifesta o que sabe sobre a situação da realidade.	1		1	1
CD3 - Considera diferentes maneiras de resolver o problema identificado nessa situação.	2	1		
CD4 - Assume lembrar, organizar ou coletar informações acerca da situação antes de iniciar o desenvolvimento da atividade de modelagem.	1		1	
CD5 - Avalia se seus conhecimentos atendem ao que precisa saber para desenvolver a atividade de modelagem.	1			
Conhecimento da cognição: Indicadores de conhecimento processual identificados nas ações estudantis	2º m		3º m	
	I	C	I	C
CP1 - Menciona utilizar estratégias que funcionaram em atividades de modelagem anteriores.	1		1	1
CP2 - Declara que a construção do modelo matemático é baseada nos dados coletados, nas hipóteses formuladas e nos encaminhamentos definidos na matematização da situação.	1	1	2	
CP3 - Revela o uso de conhecimentos matemáticos e estratégias matemáticas para desenvolver a resolução.	1	1	2	
CP4 - Quando não compreende alguma informação ou conceito, reporta-se aos colegas, a/ao docente ou realiza pesquisas a respeito.	1			
Conhecimento da cognição: Indicadores de conhecimento condicional identificados nas ações estudantis	2º m		3º m	
	I	C	I	C
CC1 - Reconhece que usa diferentes estratégias para definir seus procedimentos de acordo com as etapas do desenvolvimento da atividade de modelagem.				
CC2 - Justifica adequadamente o uso de conceitos e métodos matemáticos.			1	
CC3 - Explica porque e como usa os conteúdos, técnicas e estratégias na resolução do problema identificado na situação da realidade.	1	1	1	
CC4 - Avalia se seus procedimentos conduzem a resultados adequados.		1	2	1
CC5 - Declara potencializar seus conhecimentos e competências, frente às suas dificuldades.				
Regulação da cognição: Indicadores de planejamento identificados nas ações estudantis	2º m		3º m	
	I	C	I	C
RP1 - Decide o que é importante para fazer a abordagem matemática de uma situação da realidade		1		1
RP2 - Define os objetivos da atividade antes de iniciar seu desenvolvimento.				
RP3 - Planeja a resolução do problema levando em consideração diferentes possibilidades que podem viabilizá-la.		1		
RP4 - Identifica conteúdos ou procedimentos que podem ser úteis para resolver o problema.	2		1	
RP5 - Busca, em sua estrutura cognitiva, elementos para matematizar a situação.	2	1		
RP6 - Declara simplificar e organizar os dados coletados, tendo em vista àqueles necessários para resolver o problema proposto.			1	2
RP7 - Estabelece os passos a serem seguidos na condução da atividade.			1	1
RP8 - Admite dividir o processo de resolução do problema em sub-processos.	1			

Regulação da cognição: Indicadores de monitoramento identificados nas ações estudantis	2º m		3º m	
	I	C	I	C
RM1 - Reconhece a finalidade do modelo matemático para o estudo da situação da realidade.				1
RM2 - Admite que é necessário formular hipóteses e fazer simplificações na atividade.	1	1	1	3
RM3 - Manifesta mudança de estratégia ou pedido de ajuda quando reconhece que não entende algo ou quando não consegue prosseguir com a atividade.		1		1
RM4 - Menciona verificações pontuais durante o desenvolvimento da atividade.	1	1		
RM5 - Apresenta exemplos análogos ou assume linguagem coloquial para explicar estratégias de resolução ou tornar suas escolhas mais adequadas para a atividade.	1	1	1	
RM6 - Identifica erros e aplica uma nova estratégia para corrigi-los.				1
RM7 - Expõe estratégias para construir o modelo, estabelecendo comparações com outros já estudados ou mesmo com os que seus colegas ou o (a) docente sugeriram.	1			
Regulação da cognição: Indicadores de avaliação identificados nas ações estudantis	2º m		3º m	
	I	C	I	C
RA1 - Identifica quando o modelo construído não é adequado e então investe na construção de um novo modelo.				1
RA2 - Identifica equívocos ou distorções em relação ao conhecimento matemático.	1	1		
RA3 - Verifica se seus resultados finais correspondem às condições do problema.	1		1	
RA4 - Reconhece que haveriam outras maneiras de conduzir o desenvolvimento da atividade depois de concluir seu trabalho.				1

Fonte: Elaboração própria, com base em Almeida et al. (2021)

Para ilustrar como se deu a identificação das estratégias bem como a caracterização de sua natureza individual (I) ou colaborativa (C), indicamos como algumas dessas estratégias foram identificadas e caracterizadas nos dados coletados. De forma análoga poder-se-ia tratar de todas as estratégias identificadas.

Os dados indicam, por exemplo, que uma mesma estratégia metacognitiva aparece sob uma única natureza em ambas as atividades. De fato, os indicadores CD4, RP4 e RA3, revelam-se apenas sob natureza individual, tanto na atividade de 2º momento quanto na de 3º momento. Na Tabela 2, é possível observar a ativação dessas estratégias em cada uma das atividades.

⁷ Corresponde às estratégias da atividade do segundo momento de familiarização de estudantes com a modelagem.

⁸ Corresponde às estratégias da atividade do terceiro momento de familiarização de estudantes com a modelagem.

Tabela 2
Estratégias metacognitivas de natureza individual nas atividades de modelagem desenvolvidas por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, Brasil (2020-2021)

	Atividade do 2º momento (Como conseguir um milhão de reais economizando?)	Atividade do 3º momento (Arrecadação de impostos municipais)	Indicador de estratégia metacognitiva
Demanda da atividade de modelagem	Validação da resposta a partir das hipóteses	Definição de um problema.	CD4
Excertos sinalizadores	<i>Estudante 3: Se pegarmos só o ano passado, como na hipótese, a inflação é maior que o rendimento, e isso valida o resultado.</i>	<i>Estudante 4: Do ano de 2017 para o ano 2020 os moradores da cidade perceberam que houve um reajuste superior à 400% no valor do IPTU [...]. Então pensamos em estudar alguma coisa sobre impostos..</i>	Assume lembrar, organizar ou coletar informações acerca da situação antes de iniciar o desenvolvimento da atividade.
Demanda da atividade de modelagem	Construção do modelo matemático.	Resolução matemática do problema.	
Excertos sinalizadores	<i>Estudante 1: Acho que eu consegui. Vai seguir um padrão, provavelmente vai dar para pôr em evidência o 0,998. Por exemplo: o 1º mês fica $x \cdot 0,998$, o 2º mês, já somado o valor com os juros, fica $x \cdot 0,998^2 + x \cdot 0,998$, o 3º mês fica $x \cdot 0,998^3 + x \cdot 0,998^2 + x \cdot 0,998$ [...] Podemos fazer um somatório com o 0,998. Seria somatório de 1 a 120 e $0,998^x$</i>	<i>Estudante 3: Para a nossa resolução, escolhemos o método de Ford-Walford [...] O que que ele nos diz? O método de Ford-Walford nos garante que existe um ponto de estabilidade.</i>	RP4 Identifica conteúdos ou procedimentos que podem ser úteis para resolver o problema.
Demanda da atividade de modelagem	Interpretação e validação do resultado e da resposta.	Interpretação e validação do resultado e da resposta	
Excertos sinalizadores	<i>Estudante 1: Os resultados foram condizentes com a situação. Como os juros estavam inferiores à inflação, o valor mensal a ser depositado deveria ser muito alto.</i>	<i>Estudante 2: No primeiro ano encontramos uma diferença de -1,72%, no segundo ano a diferença foi de -2,10% e assim por diante. Conseguimos ver que essa diferença é bem pequena se comparada aos valores dos depósitos que são altos, o que de fato valida o nosso modelo.</i>	RA3 Verifica se seus resultados finais correspondem às condições do problema

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da pesquisa, 2022

Foi possível identificar que uma mesma estratégia pode ser ativada por estudantes diferentes e inclusive com demandas distintas das atividades de modelagem. No entanto, também uma mesma estratégia decorre de demandas semelhantes, tanto na atividade de 2º quanto na de 3º momento, mesmo sendo utilizadas por diferentes estudantes, como é o caso de RA3 na Tabela 1. Isso sinaliza que, em nível individual, uma estratégia de regulação da cognição decorre de uma intencionalidade do sujeito associada a um procedimento que a modelagem matemática solicita.

A identificação da estratégia de conhecimento declarativo CD4 de natureza individual, sugere que a ativação de uma mesma estratégia pode ocorrer tanto na fase inicial (definição do problema) quanto na fase final (validação) do desenvolvimento da atividade. Neste sentido, também o conhecimento da cognição foi requerido por diferentes demandas da atividade.

No que diz respeito às estratégias metacognitivas que se manifestam somente sob natureza colaborativa em ambas as atividades, como as de monitoramento (RM3) e de planejamento (RP1), outra interpretação pode ser apresentada conforme ilustra Tabela 3.

Tabela 3
Estratégias metacognitivas de natureza colaborativa nas atividades de modelagem desenvolvidas por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, Brasil (2020-2021)

	Atividade do 2º momento (Como conseguir um milhão de reais economizando?)	Atividade do 3º momento (Arrecadação de impostos municipais)	Indicador de estratégia metacognitiva
Demanda da atividade de modelagem	Definição de uma hipótese.	Escolha da situação-problema	
Excertos sinalizadores	<i>Estudante 4: Mas eu estou meio perdido, como funciona a questão da taxa? Estamos considerando a inflação? Estudante 1: Sabemos que a taxa varia a cada ano, mas podemos simplificar, que a taxa vai ser constante, tanto do juro quanto da inflação. Estudante 3: [...]. Será que teria algum jeito de só abater a inflação desse juro? Fica mais fácil. Estudante 4: Não é só fazer um menos o outro? Fica um montante só.</i>	<i>Prof.: Mas veja, essa situação é hipotética, será que isso se caracteriza uma atividade de modelagem matemática? Vocês estão resolvendo um problema que tem um significado num determinado contexto? Estudante 1: Nós ficamos em dúvida se isso seria um bom problema para uma atividade de modelagem e se poderíamos investir nele. O que a senhora acha, professora?</i>	RM3 Manifesta mudança de estratégia ou pedido de ajuda quando reconhece não entender algo ou não consegue prosseguir com a atividade
Demanda da atividade de modelagem	Inteiração com a situação	Definição de variáveis e resolução matemática.	RP1 Decide o que é importante para fazer a

Excertos sinalizadores	<i>Estudante 3: Mas não adianta fazer só isso! Estudante 1: Nós não temos que dar uma fórmula. Estudante 3: Verdade. Porque a pergunta é “qual o valor deve ser poupado todo mês” né? Ou seja, nós temos que modelar qual valor deve ser guardado por mês.</i>	<i>Estudante 3: Então precisamos determinar uma função que vai expressar essa relação. Estudante 2: Então o que nós fizemos? Pegamos cada ponto e colocamos no Curve expert; Como o método nos permite, começamos pela função linear e encontramos esses valores [de arrecadação em reais].</i>	abordagem matemática de uma situação da realidade
-----------------------------------	--	---	---

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da pesquisa, 2022

Na atividade de 2º momento a definição de hipóteses é mediada pela estratégia de monitoramento (RM3); já na atividade de 3º momento é a necessidade da mudança de tema e escolha de uma nova situação-problema que se requer essa mesma estratégia (RM3). Ainda, na atividade de 3º momento podemos inferir que é a partir das orientações da docente que se desencadeia no grupo uma estratégia de monitoramento.

A estratégia de planejamento RP1 observada em ambas as atividades parece ter emergido da necessidade de compreensão da situação na atividade de 2º momento, enquanto na de 3º momento ela foi requerida pela definição de variáveis e resolução matemática. Isso reforça a ideia de que a ativação da metacognição pode ser influenciada pelo grupo e decorrer de demandas diversas nas atividades de modelagem.

No que se refere à regulação da cognição, estratégias metacognitivas individuais diferem daquelas de natureza colaborativa. De fato, no primeiro caso elas são ativadas por demandas semelhantes (a validação do resultado), enquanto que no último são demandas distintas (escolha do tema e definição de hipóteses). Essa compreensão pode indicar que, por não serem de responsabilidade de um único sujeito, não se prevê (intencionalmente) qual estratégia pode ser usada em determinada fase da atividade de modelagem.

De modo geral, é possível observar que, quando uma mesma estratégia se manifesta sob as duas naturezas (individual e colaborativa) ela pode ter sido ativada a partir de diferentes demandas ou exigências da atividade, conforme mostra a Tabela 4.

Tabela 4
Estratégias metacognitivas de natureza individual e colaborativa nas atividades de modelagem desenvolvidas por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, Brasil (2020-2021)

	Atividade do 2º momento (Como obter um milhão de reais economizando?)	Atividade do 3º momento (Arrecadação de impostos municipais)	Indicador de estratégia metacognitiva
Demanda da atividade de modelagem	Formulação de hipóteses	Formulação de hipótese e construção do modelo matemático	
Excertos sinalizadores	<i>Estudante 1: Pela hipótese, nós usaremos a parte da inflação também ou só vamos nos ater ao fato da taxa da poupança mesmo? Precisaremos de mais de uma hipótese então? Bom, isso dá para ver depois. Temos algo para começar, já está bom.</i>	<i>Estudante 2: Precisamos de uma nova hipótese, de que a nossa condição de estabilidade que é o nosso $a^* - a_i(t)$ é uma função exponencial, como foi encontrada aqui. A função exponencial do jeito que conhecemos que é do modelo $y = ae^{bx}$.</i>	(I) RM2 - Admite que é necessário formular hipóteses e fazer simplificações na atividade
Demanda da atividade de modelagem	Inteiração com a situação	Formulação de hipóteses	
Excertos sinalizadores	<i>Prof: Vocês entenderam o problema? O que é para fazer? Estudante 1: Sim. Nós vamos partir do problema para fazer a modelagem, criar as hipóteses, e tudo mais. Vamos começar pelo último ano, porque vimos que a situação da poupança foi pior no último ano.</i>	<i>Estudante 3: Os dados fornecidos nesse site [da prefeitura] são de acordo com um período selecionado. Estudante 1: Vamos construir uma tabela com a arrecadação de cada ano. Estudante 3: Certo, com dados organizados, precisamos pensar quais serão as hipóteses, para começar a nossa resolução.</i>	(C) RM2 - Admite que é necessário formular hipóteses e fazer simplificações na atividade

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da pesquisa, 2022

A estratégia de monitoramento RM2 foi a única a ser ativada nas duas atividades e se manifestou tanto sob natureza individual quanto colaborativa. Na atividade de 2º momento ela foi desencadeada na formulação de hipóteses com natureza individual e na representação mental da situação com natureza colaborativa. Já na atividade de 3º momento ela foi individual quando da necessidade de formular hipóteses e colaborativa na construção do modelo matemático. Isso sugere que uma mesma estratégia pode ter natureza distinta e não emerge, necessariamente, de uma única demanda nas atividades.

Além disso, nas diferentes atividades RM2 teve natureza colaborativa, mas decorrente da necessidade de procedimentos distintos. Enquanto em uma atividade ela fomentou a formulação de hipóteses, em outra ela surge associada ao ajuste do modelo decorrente de uma mudança nas hipóteses.

Algumas estratégias são mobilizadas apenas em uma das atividades, mas podem ser vistas tanto sob natureza individual quanto colaborativa. Por exemplo, as estratégias CD3 de conhecimento declarativo, RP5 de planejamento e RA2 de avaliação, são identificadas apenas na atividade de 2º momento, tanto sob natureza individual quanto colaborativa. Já as estratégias RP6 e RP7 de planejamento, são identificadas apenas na atividade de 3º momento e relativas às duas naturezas consideradas.

As ações estudantis nestas duas atividades de modelagem relativamente à mobilização de estratégias metacognitivas corroboram a assertiva de Magiera e Zawojewski, (2019) de que o pensamento metacognitivo de estudantes é recontextualizado em contextos em que há interações de modo que cada participante de um grupo regula, não apenas seu próprio pensamento, mas também exerce influência sobre o pensamento de outros participantes. Neste sentido, as estratégias identificadas também denotam o que se pode observar nos estudos de Hidayat et al. (2020) e de Vorhölter (2018) de que elas são reflexo da coletividade e não apenas de estratégias individuais isoladas.

A Tabela 5 ilustra os valores percentuais, agrupando os itens da Tabela 1. A primeira coluna apresenta as estratégias; as demais colunas expõem o total da amostra investigada em cada uma dessas estratégias metacognitivas.

Tabela 5
Estratégias metacognitivas nas atividades de modelagem desenvolvidas por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, Brasil (2020-2021)

Estratégias metacognitivas		2º momento		3º momento	
		I	C	I	C
Conhecimento da cognição	Conhecimento declarativo	5	1	2	2
	Conhecimento processual	4	2	5	1
	Conhecimento condicional	1	2	5	1
Regulação da cognição	Planejamento	5	3	3	4
	Monitoramento	4	4	2	6
	Avaliação	2	1	2	1
Total		21	13	19	15

Fonte: Elaboração própria a partir de dados da pesquisa, 2022

De modo geral, infere-se que na atividade de 2º momento, a ativação de estratégias metacognitivas colaborativas é menor se comparada à atividade de 3º momento. Isso sinaliza que o engajamento do grupo se intensificou na atividade de 3º momento, com destaque para planejamento e monitoramento. Já em relação às quantidades de estratégias individuais, a quantidade de mobilizações foi superior na atividade do 2º momento. Esse resultado dá um indicativo de que a metacognição se intensifica em atividades individuais ou em que os grupos ainda estão menos articulados em relação aos procedimentos que devem realizar na atividade de modelagem matemática.

5. Considerações Finais

A investigação do potencial de atividades de modelagem matemática para a promoção de estratégias metacognitivas se orienta pela ideia de que essa promoção, ativação ou mobilização da metacognição não depende apenas da consciência estudantil estudantes em relação às suas habilidades, mas também do tipo de tarefa com se se envolvem na sala de aula e da motivação que têm para fazê-lo.

Neste sentido, o desenvolvimento das duas atividades que subsidiam nosso processo analítico, nos permite apontar que a modelagem matemática, nas circunstâncias em que foi realizada na presente investigação, promoveu um repertório de estratégias metacognitivas do grupo de estudantes, individual ou coletivamente. Em termos gerais, elas se manifestaram nas diferentes fases do desenvolvimento das atividades e, embora a metacognição seja um atributo pessoal, ela se manifestou tanto por meio de estratégias individuais quanto colaborativas entre os quatro participantes do grupo.

O trabalho com a modelagem, ao se caracterizar pela possibilidade (ou necessidade) de usar métodos e procedimentos não conhecidos até então, solicita que estudantes apresentem abordagens, conhecimentos e encaminhamentos que não se desvinculam de estratégias metacognitivas que lhes permitam, planejar, monitorar e avaliar seus procedimentos no decorrer da atividade.

No que se refere ao fato de que as atividades foram realizadas em dois momentos distintos de familiarização com a modelagem, sendo uma do segundo e outra do terceiro momento, conforme caracterizam Almeida et al. (2018), embora não tenham havido muitas diferenças em termos das quantidades de estratégias usadas, há indicações de que naquela do terceiro momento emergiram estratégias que podem ter contribuído mais para a performance do grupo relativamente à competência de fazer modelagem bem como para a

sua performance matemática uma vez que, conforme consta na Figura 3, na atividade do terceiro momento, mais procedimentos matemáticos são realizados e a tecnologia digital é usada para dar suporte aos encaminhamentos realizados.

Assim, se considerarmos o argumento de Stillman (2011) relativo à identificação de níveis de metacognição em tarefas matemáticas, podemos considerar que, especialmente na atividade de terceiro momento, o nível que consiste no uso bem-sucedido das estratégias mobilizadas, pode ser identificado. Neste sentido, as estratégias metacognitivas usadas em uma atividade podem aumentar a competência de modelagem de estudantes para atividades seguintes e podem, constituir o que em Almeida (2018) se reconhece como uma *antecipação* relativa ao fazer modelagem e relativa ao uso da Matemática nas atividades de modelagem.

O sentido em que se deu a presente investigação, buscando nas ações dos alunos indicações de estratégias metacognitivas promovidas ou ativadas pelas demandas de uma atividade de modelagem matemática, leva à conclusão de que nas circunstâncias em que essas atividades foram realizadas elas podem ser consideradas como exemplo de *ambiente metacognitivamente rico*, conforme caracterizam Dignath e Büttner (2018).

As investigações mais recorrentes no que concerne às interlocuções entre metacognição e modelagem matemática, entretanto, parecem mais ir no sentido de identificar contribuições da metacognição para o desempenho dos alunos em atividades de modelagem. Assim, a investigação aqui empreendida oferece um novo olhar para essa interlocução.

Há de se considerar entretanto que, a realização de aulas não presenciais, sendo todas realizadas mediante Google Meet em decorrência da pandemia do Covid-19, ao mesmo tempo em que produziu um amplo conjunto de informações decorrentes das gravações de aulas e registros estudantis, gerou restrições relativamente ao contato pessoal entre eles e a docente. Esta limitação pode ser superada em investigações futuras.

Referências

- Almeida, Lourdes Maria Werle. (2018). Considerations on the use of mathematics in modeling activities. *ZDM*, 50(1), 19-30.
- Almeida, Lourdes Maria Werle., e Brito, Dirceu dos Santos. (2005). Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? *Ciência & Educação (Bauru)*, 11, 483-497.
- Almeida, Lourdes Maria Werle., Castro, Élide Maiara Velozo., e Gomes, Joice Caroline Sander. (2021). Estratégias metacognitivas em atividades de modelagem matemática. *Anais do VIII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM)* (pp. 2029-2043). Uberlândia, MG, Brasil. <https://even3.blob.core.windows.net/anais/ANAIS.217ec246892448a4bead.pdf>

- Almeida, Lourdes Maria Werle., Castro, Élide Maiara Velozo., e Silva, Maria Helena. (2021). Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto on-line. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 14(2), 383-406.
- Almeida, Lourdes Maria Werle., e Silva, Karina Alessandra Pessoa. (2021). Ciclo de modelagem matemática interpretado à luz de estratégias heurísticas dos estudantes. *Rencima*, 12(2), 1-27.
- Almeida, Lourdes Maria Werle., Silva, Karina Pessoa., and Vertuan, Rodolfo Eduardo. (2018). *Modelagem Matemática na Educação Básica* (5ª reimp.). São Paulo: Contexto.
- Blum, Werner. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do? In Sung Je Cho (Ed.), *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education: Intellectual and attitudinal challenges* (pp. 73-96). New York, NY: Springer.
- Bogdan, Robert., and Biklen, Sari Knopp. (2007). *Qualitative research for education: An introduction to theories and methods*. Pearson Education.
- Bransford, John., Brown, Ann., and Cocking, Rodney. (2000). *How people learn* (Vol. 11). Washington, DC: National academy press.
- Brown, Ann. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In Franz Emanuel Weinert, and Rainer H. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation, and understanding* (pp. 65–116). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- De Boer, Hester., Donker, Anouk S., Kostons, Danny D.N.M., and Van der Werf, Greetje P.C. (2018). Long-term effects of metacognitive strategy instruction on student academic performance: A metaanalysis. *Educational Research Review*, 24, 98–115. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2018.03.002>
- Desoete, Annemie. and De Craene, Brigitte. (2019). Metacognition and mathematics education: an overview. *ZDM*, 51(4), 565–575. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01060-w>
- Dignath, Charlotte., e Büttner, Gerhard. (2018). Teachers' direct and indirect promotion of self-regulated learning in primary and secondary school mathematics classes—Insights from video-based classroom observations and teacher interviews. *Metacognition and Learning*, 13, 127–157. <https://doi.org/10.1007/s11409-018-9181-x>
- Eilerts, Katja., e Kolter, Jana. (2015). Strategieverwendung durch Grundschul Kinder bei Modellierungsaufgaben. In Gabriele Kaiser and Hans-Wolfgang Henn (Eds.), *Werner Blum und seine Beiträge zum Modellieren im Mathematikunterricht* (pp. 119-133). Springer Spektrum, Wiesbaden.
- Ferri, Rita Borrromeo. (2018). Mathematical Modeling Days and Projects: Go for More. In Rita Borrromeo Ferri, *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education* (pp. 121-133). Springer, Cham.
- Flavell, John Henry. (1978). Metacognitive development. In Joseph Scandura and Charles Brainerd (Eds), *Structural process theories of complex human behavior* (pp. 213-245). The Netherlands: Sijthoff & Noordoffp.

- Flavell, John Henry. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In Lauren Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231–236). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Garnica, Antonio Vicente Manfioti. (2001). Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. *Mimesis, Bauru*, 22(1), 35-48.
- Harris, Karen., Santangelo, Tanya., and Graham, Steve. (2010). Metacognition and strategy instruction in writing. In Harriet Salatas Waters and Walter Schneider (Eds.), *Metacognition, strategy use, and instruction* (pp. 226–256). New York: Guilford.
- Hidayat, Riyan., Zamri, Sharifah Norul Akmar Syed., Zulnaidia, Hutkemri., and Yuanita, Putri. (2020). Meta-cognitive behaviour and mathematical modelling competency: Mediating effect of performance goals. *Heliyon*, 6(4), 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2020.e03800>
- Hidayat, Riyan., Zulnaidi, Hutkemri., e Zamri, Sharifah Norul Akmar. (2018). Roles of metacognition and achievement goals in mathematical modeling competency: A structural equation modeling analysis. *PloS One*, 13(11), 1-25. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0206211>
- Jacobs, Janis., e Paris, Scott. (1987). Children's metacognition about reading: Issues in definition, measurement, and instruction. *Educational psychologist*, 22(3-4), 255-278.
- Kaiser, Gabriele., and Brand, Susanne. (2015). Modelling competencies: Past development and further perspectives. In Gloria Stillman, Werner Blum and Maria Salett Biembengut (Eds.), *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (pp. 129-149). Springer, Cham.
- Kim, Young Rae., and Moore, Tamara. (2019). Multiple Levels of Metacognition: Circumstances Interfering with Students' Spontaneous Metacognitive Activities. *Journal of Educational Research and Practice*, 9(1), 158-178.
- Lüdke, Menga., e André, Marli. (1986). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo, EPU.
- Maaß, Katja. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(2), 285-311.
- Magiera, Marta., and Zawojewski, Judith. (2019). Principles for Designing Research Settings to Study Spontaneous Metacognitive Activity. In Scott A. Chamberlin and Bharath Sriraman (Eds.). *Affect in Mathematical Modeling* (pp. 53-66). Springer, Cham.
- Mahdavi, Mohsen. (2014). An overview: Metacognition in education. *International Journal of Multidisciplinary and current research*, 2(may-june), 529-535.
- McCormick, Christine. (2003). Metacognition and learning. In William M. Reynolds, Gloria Miller and Irving Weiner (Eds.), *Handbook of psychology: Educational psychology* (pp. 79–102). Wiley.

- Pollak, Henry. (1970). Applications of Mathematics. *Teachers College Record*, 71(5), 311-334.
- Pollak, Henry. (2011). What is mathematical modeling? *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 2(1), 64.
- Rosa, Cleci Werner., e Alves, José Filho de Pinho. (2012). Evocação espontânea do pensamento metacognitivo nas aulas de física: estabelecendo comparações com as situações cotidianas *Investigações em Ensino de Ciências*, 17(1), 7-19.
- Schneider, Wolfgang, e Artelt, Cordula. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM*, 42(2), 149-161.
- Schraw, Gregory., e Moshman, David. (1995). Metacognitive theories. *Educational psychology review*, 7(4), 351-371.
- Schraw, Gregory. (1998). Promoting general metacognitive awareness. *Instructional science*, 26, 113-125.
- Schukajlow, Stanislau., Kaiser, Gabriele., and Stillman, Gloria. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: A survey on the current state-of-the-art. *ZDM*, 50(1), 5-18.
- Stillman, Gloria. (2011). Applying Metacognitive Knowledge and Strategies in Applications and Modelling Tasks at Secondary School. In Gabriele Kaiser, Werner Blum, Rita Borromeo Ferri and Gloria Stillman (Eds), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (ICTMA 14) (pp. 165-180). Dordrecht: Springer.
- Vorhölter, Katrin., and Krüger, Alexandra. (2021). Metacognitive strategies in modeling: Comparison of the results achieved with the help of different methods. *Quadrante*, 30(1), 178-197.
- Vorhölter, Katrin., Krüger, Alexandra., and Wendt, Lisa. (2019). Metacognition in mathematical modeling – An overview. In Scott A. Chamberlin and Bharath Sriraman (Eds.), *Affect and mathematical modeling* (pp. 29-51). Cham: Springer.
- Vorhölter, Katrin. (2017). Measuring metacognitive modeling competencies. In Gloria Stillman, Werner Blum and Gabriele Kaiser (Eds.), *Mathematical modeling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education* (pp. 175–185). Springer.
- Vorhölter, Katrin. (2018). Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: Empirical verification of theoretical assumptions. *ZDM*, 50(1), 343-354.
- Vorhölter, Katrin. (2019). Enhancing metacognitive group strategies for modelling. *ZDM*, 51(4), 703-716.
- Williams, Joana., and Atkins, Grant. (2009). The role of metacognition in teaching reading comprehension to primary students. In Douglas J. Hacker, John Dunlosky and Arthur C. Graesser (Ed.), *Handbook of Metacognition in Education* (pp. 26-44). New York: Routledge.

Revista indizada en



Distribuida en las bases de datos:

